弱い相互作用

弱い相互作用の弱さに付いて説明する。

[1] 粒子の崩壊確率

(a) μ 粒子の崩壊確率 Γ_μ は以下の式で表される。ちなみにμ 粒子の質量 m は $0.1057\mathrm{GeV}$ である。

$$\Gamma_\mu = \frac{G^2 m^5}{192\pi^3}$$

(b)β 崩壊の崩壊確率は以下の式となる。ただし崩壊によって放出される全エネルギーを E_0 とする。

$$\Gamma_\beta = \frac{G^2 E_0^5}{30\pi^3}$$

ちなみに $G = 1.166 \times 10^{-5}[\mathrm{GeV}^{-2}]$ である。$^{14}\mathrm{O} \rightarrow ^{14}\mathrm{N}^* \mathrm{e}^+ \nu$ において E_0 は $1.81\mathrm{MeV}$ である。

[2] 粒子の寿命

(a) 粒子の寿命と崩壊確率には以下の関係がある。自然単位系では $\tau = 1/\Gamma$ となる。μ 粒子の寿命を計算してみよう。

$$\tau = \frac{\hbar c}{c\Gamma} = \frac{197 \times 10^{-3} \times 10^{-15} \times 192 \times \pi^3}{3.0 \times 10^8 \times 1.166^2 \times 10^{-10} \times 0.1057^5} \simeq 2.2[\mu\mathrm{s}]$$

[3] 反応確率と透過率

(a) 粒子衝突の反応確率を調べるには反応断面積が必要である。太陽から放出されるニュートリノのエネルギーを E_ν とすると核子との衝突の断面積 $\sigma_{\nu N}$ は以下の式となる。

$$\sigma_{\nu e} = 6.77 \times E_\nu(\mathrm{GeV}) \times 10^{-39}[\mathrm{cm}^2]$$

単位体積あたり N_N の核子があるとし、標的の長さを d とすると反応確率 Y は $Y = \sigma_{\nu N} N_N d$ となる。これによって入射するニュートリノの数を N_{in} とすると透過するニュートリノの数 N_ν は以下の式となる。

$$N_\nu = N_{in} exp(-\sigma_{\nu N} N_N d)$$

これから入射粒子が 2.71828 分の 1 となる減衰長 L は $L = 1/\sigma_{\nu N} N_N$ となることがわかる。密度 ρ、原子番号 Z、質量数 A、アボガドロ数 N_0 に対して N_N は $N_0\rho/A$ となる。

ニュートリノは地球を通り抜けるほど透過力が強いと言われているので、地球の中心は鉄でできていると言われていることから、$1\mathrm{MeV}$ のニュートリノに対する減衰長 L_{Fe} を計算すると

$$L_{Fe} = \frac{A}{\sigma_{\nu N} N_0 \rho} = \frac{55.85}{6.77 \times 10^{-3} \times 10^{-39} \times 6.02 \times 10^{23} \times 7.87} = 1.74 \times 10^{18}[\mathrm{cm}] = 1.74 \times 10^{13}[\mathrm{km}]$$

神岡核子崩壊実験で超新星爆発によるニュートリノをとらえることができたが、このときの反応確率を $1\mathrm{MeV}$ のニュートリノに対して見積もってみる。3 千トンの水の体積を V_{H_2O} とし 1 平方センチメートルあたり 100 億個がきたといわれるニュートリノの数を N_ν とすると以下の式で計算できる。

$$Y = \sigma_{\nu N} N_N N_\nu V_{H_2O}$$