KOPIO(BNL-E926) のための α 線源を用いた Nitrogen Scintillation の研究

MURAYAMA, Yoshiyuki

February 2, 2003

Abstract

KOPIO (BNL-E926) experiment is concerned with CP violation, and which is due in 2005 at Brookhaven National Laboratory. The aim is to measure the branching ratio of $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ which is $\sim 10^{-11}$ order.
The method, to identify $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ decay mode, is to detect 2γs from $\pi^0 \to 2\gamma$ and not to veto events which contain γs from another π^0 or other charged particles. So, it needs to get rid of another decay mode, because of the small branching ratio. The most dangerous background is $K_L^0 \to \pi^0\pi^0$ decay mode. $K_L^0 \to \pi^0\pi^0$ decay creats 4γs. The trouble is that if 2γs among 4γs losts at $K_L^0 \to \pi^0\pi^0$ decay mode, we cannot distinguish between $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ with $K_L^0 \to \pi^0\pi^0$.
π^0 detector system needs a hole to pass through a secondary neutral particles which are created at K_L^0 production target. So, we must develop the beam catcher which is willing to veto the γ on beam line. As the requirement of this beam catcher, it has strong efficiency to γ. But because of it is on the beam line, it needs no efficiency to neutron. As a prototype of this beam catcher, we developed an Aerogel Cherenkov type counter, and tested. In conclusion, radiation effect to proton was larger than assumed one.
It is considered that the light is influenced by Nitrogen scintillation. The purpose of this study is the confirmation of provability of Nitrogen scintillation on the Aerogel Cherenkov beam catcher and calibration of the best suited gas.
In first chapter, It is described the background of this study. Especially, Cabibbo-KOBAYASHI-MASUKAWA matrix has been written.
In Second chapter, It is described the theory of scintillation. Especially, Bethe-Bloch formula and Quenching mechanism have been written.
In Third chapter, It is described the Experiment of Nitrogen scintillation.

Contents

Abstract **i**

1 Introduction **1**
1.1 Introduction . . . 1
1.2 CP Violation . . . 1
1.2.1 Elecrtomagnetic Interaction . . . 1
1.2.2 Gravitational Interaction . . . 2
1.2.3 Strong Interaction . . . 2
1.2.4 Weak Interaction . . . 3
1.2.5 CPT Symmetry and Violation . . . 3
1.3 Cabibbo-KOBAYASHI-MASKAWA(CKM) matrix . . . 4
1.4 KOPIO Experiment . . . 5

2 The Theory of Scintillation **7**
2.1 Introduction . . . 7
2.2 Energy Loss of Heavy Charged Particles by Atomic Collision . . . 7
2.2.1 Passage of Radiation Through Matter . . . 7
2.2.2 Bethe-Bloch Formula . . . 10
2.2.3 Estimation of dE/dx on this Experiment . . . 11
2.3 The Theory of Scintillation . . . 16
2.3.1 Gas Scintillator . . . 16
2.3.2 The Theory of Quenching . . . 16
2.3.3 Collisional Quenching . . . 17

3 Experiments **19**
3.1 Introduction . . . 19
3.2 Modules . . . 19
3.3 The Method of Photoelectron by LED . . . 21
3.4 α range measurement experiment by using Plastic Scintillator . . . 23
3.4.1 Setup . . . 23
3.4.2 Experiment . . . 25
3.4.3 Analysis . . . 26
3.4.4 Discussion . . . 27
3.5 Scintillation measurement experiment without tagging . . . 31
3.5.1 Setup . . . 31
3.5.2 Experiment . . . 32
3.5.3 Analysis . . . 34
3.5.4 Discussion . . . 34

3.6 Nitrogen Scintillation Measurement in the Air Tagged by Plastic Scintillator 36
3.6.1 Setup 36
3.6.2 Experiment 36
3.6.3 Analysis 37
3.6.4 Discussion 46
3.7 N_2 Scintillation measurement by using Semiconductor Radiation Detector and New Cryostat . 46
3.7.1 Setup 46
3.7.2 Experiment 48
3.7.3 Analysis 49
3.7.4 Discussion 62

4 Conclusion **65**

A π^0 meson **66**
A.1 The Method of Generate π Meson 66
A.2 The Mass of π^0 67
A.3 π^0 Spin 68
A.4 π^0 Parity 69

B Semiconductor Radiation Detector **71**
B.1 Introduction 71
B.2 pn Semiconductor and Deplation Zone 72
B.3 Reversed Bias Junctions 74
B.4 Dark Current 74

C KOPIO **75**
C.1 The Parameter of KOBAYASHI MASKAWA Matrix 75
C.2 Numerical Evaluation of the elements on Cabibbo-KOBAYASHI-MASKAWA Matrix 76

D Bethe Bloch Formula Simulator **77**

Acknowledgments **81**

Postscript **82**

Chapter 1

Introduction

1.1 Introduction

現在, 宇宙はビッグバンとよばれるものによって誕生したと言われている. その後, 宇宙は膨張して温度が下がり, 今の宇宙ができあがったと考えられている. 宇宙誕生時にはあまりもの大きなエネルギー状態であるため, 物質は存在することができなかったが, 温度が下がることで, 粒子と反粒子が対をなして生成し, 物質が作られたと考えられている. ここで, 粒子と粒子に働く力と, 反粒子と反粒子の間に働く力が全く同じであれば, 物質と反物質は厳密に同じ量だけ存在することが必要で, 宇宙と反宇宙が存在しなければならない. しかし, 今のところ反物質の世界は見つかっていない. この事実は, 粒子と反粒子が従う物理法則に何らかの差があることを意味している. この差が現れている現象として現在注目されているのが, 電荷と空間 (パリティ) の破れである CP 非保存である.
この章では, CP 非保存についての概要をカビボ · 小林 · 益川行列を中心として説明する. また, 4 つの基本的な力について, CP 非保存に関係の深い, 弱い相互作用を中心として簡単に紹介する.

1.2 CP Violation

1.2.1 Elecrtomagnetic Interaction

電磁相互作用は磁石の間に働く力や静電気など, マクロな距離での力や, 原子内での反応といったミクロな距離での力など, 距離による制限はない力である. 電磁相互作用の最も一般的な例として, Coulomb 力があり, 2 つの荷電粒子の間に働く. これは 2 つの粒子の電荷が同じであれば斥力となり, 異なれば引力となる.
内部的には Figure 1.1 のように, Coulumb 力が働いている間に光子 γ が交換していることになる.

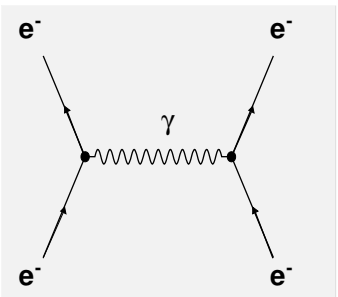


Figure 1.1: Electromagnetic Interaction Feynman Diagram

この図は, 一方の荷電粒子が光子を放出し, もう一方の荷電粒子が光子を吸収するということを示している. これによって 2 つの荷電粒子に結びつきができるため, 電磁相互作用が働くことになる.
この相互作用の強さは結合定数で表すことができる. 電磁相互作用の場合, 結合定数は粒子の電荷である. ここで Coulomb 力は, 2 つの粒子の電荷の積に比例することから, その強さを無次元量 α で表すと,

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}. \tag{1.1}$$

を得る. ここで, この無次元量 α を微細構造定数とよび, 自然単位系で考える際, よく用いられる. この大きさは, 後で述べる強い相互作用, 弱い相互作用の中間にある.

1.2.2 Gravitational Interaction

重力相互作用はすべての物質の間に働く普遍的な力であり, 万有引力ともよばれる. 2 つの粒子の間の重力ポテンシャルは質量の積に比例する. この重力ポテンシャルの距離への依存性は Coulomb ポテンシャルと同じであり, 遠距離力である.
重力を媒介する粒子は, 重力子とよばれる質量 0 のゲージボソンが存在していると考えられているが, まだ発見されていない. しかし, この重力相互作用は, 他の力と比べると非常に小さいため無視してもよい. 具体的には, 万有引力定数 G と, Planck 定数 $\hbar$ を用いて得られる Planck 長である,

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 1.62 \times 10^{-35}[\mathrm{m}]. \tag{1.2}$$

よりも大きな世界では無視しても良い.

1.2.3 Strong Interaction

強い相互作用は, クォーク間にのみ働く力のことでありレプトンには作用しない. クォークは電荷を持っているので, 光子を放出したり吸収したりする. この過程でクォーク間には Coulomb 力が生じる. またクォークには q^R, q^G, q^B という色電荷を持っている. この荷電を通して, Figure 1.2 のように, クォークはグルオンとよばれる質量 0 のボーズ粒子を放出したり, 吸収したりする. この, クォーク間でグルオンを交換することにより, 強い相互作用が生じる.
この力を電磁相互作用の微細構造定数と同じように表現すると, 強い相互作用の結合定数は g_S を色電荷として,

$$\alpha_S = \frac{g_s^2}{4\pi} \simeq 1 \geq \frac{1}{137}. \tag{1.3}$$

を得る.
したがって, 強い相互作用の力は電磁相互作用よりも大きいことがわかる.

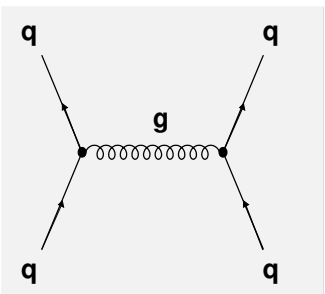


Figure 1.2: Strong Interaction Feynman Diagram

1.2.4 Weak Interaction

弱い相互作用はクォークやレプトンに働く力であるが, その力はあまりに小さいため, 電磁相互作用や, 強い相互作用の働く反応ではその影響が見えない. 例えば, 弱い相互作用による崩壊の 1 つである, 荷電 $\sum$ 粒子の崩壊

$$\sum^- \to n + \pi^-. \tag{1.4}$$

での崩壊寿命は 10^{-10}sec 程度であるのに対して, 中性 $\sum$ 粒子の電磁相互作用による崩壊

$$\sum^0 \to \Lambda + \gamma. \tag{1.5}$$

での崩壊寿命は 10^{-19}sec 程度である. 崩壊確率は結合の強さの 2 乗に比例するため, 電磁相互作用と弱い相互作用の結合定数は 5 桁程度も違うことがわかる.
有名な弱い相互作用の例として, 中性子の β 崩壊や μ 粒子の崩壊がある.

$$n \to p + e^- + \bar{\nu_e}. \tag{1.6}$$

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu_e} + \nu_\mu. \tag{1.7}$$

ここで, 式 (1.6) の e^- を移項すると,

$$n + e^+ \to p + \bar{\nu_e}. \tag{1.8}$$

を得る. すると, 式 (1.8) は核子とレプトンの散乱過程を示していることになる. また, 散乱では空間の 1 点で相互作用しているようにみえる. このような接触する相互作用を与えるポテンシャルは, 3 次元空間のデルタ関数を用いて,

$$V(\boldsymbol{x}) = G_F \delta(\boldsymbol{x}). \tag{1.9}$$

と表すことができる. この G_F は Fermi 結合定数とよばれ, その値は

$$\begin{aligned} \frac{G_F}{(\hbar c)^3} &= 1.16 \times 10^{-5} [\mathrm{GeV}^{-2}], \\ &= 1.027 \times 10^{-5} \cdot \frac{1}{(m_p c^2)^2}. \end{aligned} \tag{1.10}$$

すなわち,

$$\frac{G_F \cdot (m_p c^2)^2}{(\hbar c)^3} = 1.027 \times 10^{-5} < \frac{1}{137}. \tag{1.11}$$

より, 電磁相互作用よりも小さな値であることがわかる. また, このポテンシャルは 2 つの粒子が同一の位置にきたときだけ力が働くことを表しているので, 弱い相互作用は非常に短距離な力であることを意味する. 弱い相互作用は具体的には, Figure 1.3 のように 2 つのクォークの間や, クォークとレプトンの間に W ボソンや Z ボソンといった重い粒子が交換されることによって起こる. ここでは, 式 (1.7) の例である.

1.2.5 CPT Symmetry and Violation

CPT 対称性とは, 荷電共役変換 C と空間反転 P , そして時間反転 T が同時に反転しても, 物理法則が変わらないということを示している. これは理論的にも実験的にも確かめられている事実であるが, 個々の反転については破られている.
具体的には, 電磁相互作用と強い相互作用では, いずれの反転においても対称性は成り立っているらしいが, 弱い相互作用では P および, C 反転に対して対称性が破られていることが確認されている. また, T 反転性の破れの問題については, 直接的には示されていないが, CPT の保存を仮定すれば T 反転性と同じであるため, CP 同時反転を行った結果, K^0 粒子の崩壊において 10^{-3} の分岐比で破られていることがわかっている.
本研究のバックグラウンドとして, この K^0 粒子が強く関係している.

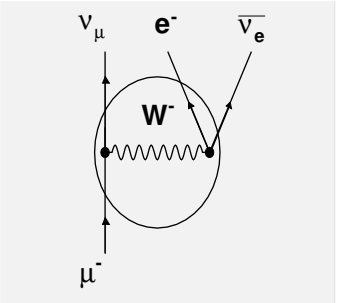


Figure 1.3: Weak Interaction Feynman Diagram

1.3 Cabibbo-KOBAYASHI-MASKAWA(CKM) matrix

現在 CP 対称性の破れの問題を解決するものとして, カビボ · 小林 · 益川行列[1]がある. これは, 弱い相互作用によってクォークに異なる世代間の転化が起こったとき, CP の対称性が破れる可能性があることを示している. ここで, 電荷を帯びたゲージボソンの W^+ と W^- は, 弱い相互作用を担う粒子である. この時, $\frac{2e}{3}$ の u クォークが W^- を吸収するか, u クォークが W^+ を放出すると, u クォークは, 電荷が $-\frac{e}{3}$ である 3 種類のクォークである d,s および b の一次結合である,

$$d' = V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b. \tag{1.12}$$

へと変わる. これは, u クォークが, d ,s , および b クォークにそれぞれ確率 V_{ud},V_{us},V_{ub} で変わるということを意味する. 同様に, c,t クォークがそれぞれ W^- を吸収するときに生じる状態の s',b' は

$$s' = V_{cd}d + V_{cs}s + V_{cb}b. \tag{1.13}$$

$$b' = V_{td}d + V_{ts}s + V_{tb}b. \tag{1.14}$$

と表すことができる.
したがって, 式 (1.12,1.13,1.14) より,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \tag{1.15}$$

と表すことができる.
この 3 行 3 列の行列をカビボ · 小林 · 益川行列とよび, カビボ · 小林 · 益川行列の中を決める方法の一つである, このような 3 世代ではなく, 2 世代での式を参照すると, 以下のように示すことができる.

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ 0 & -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & \sin\theta_3 \\ 0 & -\sin\theta_3 & \cos\theta_3 \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 \\ -\sin\theta_1\cos\theta_2 & \cos\theta_1\cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ \sin\theta_1\sin\theta_2 & -\sin\theta_2\cos\theta_1 & \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & \sin\theta_3 \\ 0 & -\sin\theta_3 e^{i\delta} & \cos\theta_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1\cos\theta_3 & \sin\theta_1\sin\theta_3 \\ -\sin\theta_1\cos\theta_2 & \cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3 - \sin\theta_2\sin\theta_3 e^{i\delta} & \cos\theta_1\cos\theta_2\sin\theta_3 + \sin\theta_2\cos\theta_3 e^{i\delta} \\ \sin\theta_1\sin\theta_2 & -\cos\theta_1\sin\theta_2\cos\theta_3 - \cos\theta_2\sin\theta_3 e^{i\delta} & -\cos\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3 + \cos\theta_2\cos\theta_3\cos\theta_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{1.16}$$

[1]一般には CKM 行列と呼ばれる.

ここで, 式 (1.15) のそれぞれの要素は, 添字にあるクォーク間の混合の強さを示しており, クォーク間の遷移振幅を表すパラメタでもある. また, このカビボ · 小林 · 益川行列の理論によると, 式 (1.15) の行列の中で, 例えば, i 行 j 列の行列要素に複素数があらわれると[2], 第 i 世代に属する電荷において CP 対称性が破られていることになる. ここで, カビボ · 小林 · 益川行列と KOPIO 実験との関係を明確にするために, Wolfenstein パラメタ及び, ユニタリ三角形を用いて述べる.
カビボ · 小林 · 益川行列は, 各行列の対角要素を, カビボ角である λ を用いて表すと,Wolfeinstein の近似の結果として,

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.17}$$

と表すことができる. ここで, A , ρ, 及び η は, 自由なパラメタであり, カビボ · 小林 · 益川行列ではそれを求めることができない, したがって実験で求めることが必要である.
ここで η が複素成分を要素に含むものは, V_{ub} と V_{td} であり, これはパラメタ η に依存していることがわかる.
このことを幾何学的に理解する手法として, ユニタリ三角形がある. カビボ · 小林 · 益川行列は, ユニタリ行列であるため,

$$V^*V = I. \qquad [3] \tag{1.18}$$

を満足する必要がある. したがって,

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{td}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{ts}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{tb}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{cd} & V_{td} \\ V_{us} & V_{cs} & V_{ts} \\ V_{ub} & V_{cb} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.19}$$

であり, この中で, 複素数因子を持つ, V_{ub}, V_{td} を含むものは,

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0. \tag{1.20}$$

である.
ここで, 式 (1.17) を用いて, カビボ角である λ を 0.2205, $V_{ud} \simeq 1$ とすると,

$$A\lambda^3(\rho + i\eta) - A\lambda^3 + A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) = 0. \tag{1.21}$$

となる. これは Figure 1.4 のように, 複素平面上で閉じた三角形をつくるとき, カビボ · 小林 · 益川行列には複素成分があらわれ, CP 非保存を引き起こすということができる.

1.4 KOPIO Experiment

KOPIO 実験は, Brookhaven National Laboratory で行われる予定の K_L^0 の稀崩壊モード $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ を測定し, CP 対象性に関する研究をする実験である.
$K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ の崩壊モードを測定するには, $\pi^0 \to 2\gamma$ の 2 つの γ を検出し, 他に荷電粒子や γ がいないことを見ればよい. この測定で最も大きなバックグラウンドになるのが $K_L^0 \to 2\pi^0$ のモードで, $2\pi \to 4\gamma$ の 4 つの γ のうち 2 つの γ を失うことである. その理由として, $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ の分岐比が非常に小さいことを挙げる. ここで, 標準模型によると, その分岐比は

$$B(K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}) = r_{IB}\frac{B(K^+ \to \pi^0 e^+\nu)}{|V_{\mu s}|^2}\frac{\tau(K_L^0)}{\tau(K^+)}\frac{3\alpha^2}{2\pi^2 \sin^4\theta_W}[Im(V_{ts}^* V_{td})X(x_t)]^2. \tag{1.22}$$

[2] $\delta \neq 0$
[3] 単位行列

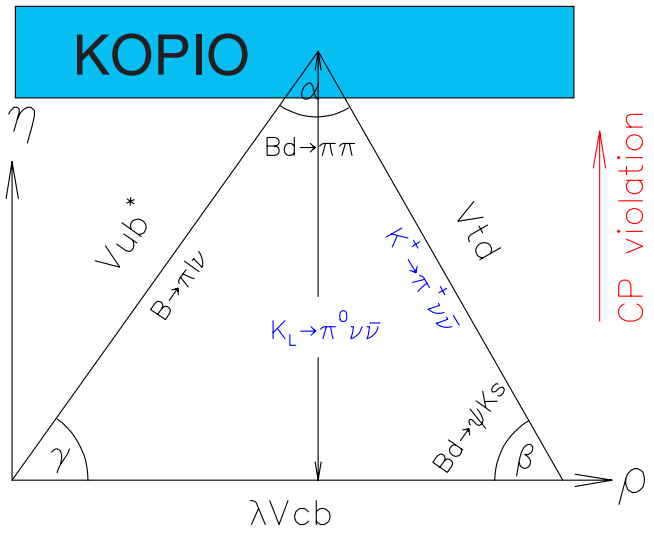


Figure 1.4: Cabibbo KOBAYASHI MASUKAWA triangle

で与えられる. ただし, x_t 及び, $X(x)$ は

$$x_t = \frac{m_t^2}{M_w^2}. \tag{1.23}$$

$$X(x) \equiv \eta_x \cdot \frac{x}{8}\left[\frac{x+2}{x-1} + \frac{3x-6}{(x-1)^2}\ln x\right], \tag{1.24}$$

$$\eta_x = 0.985.$$

である. ここで r_{IB} はアイソスピンの破れの程度を示すパラメタ, τ は粒子の寿命.α は微細構造定数, θ_W はワインバーグ角, m_t はトップクォークの質量, M_W は W ボソンの質量である.
また, Jarlskog 不変量は

$$J = -Im(V_{ts}^* V_{td} V_{us}^* V_{ud}) = -\lambda\left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) Im(V_{ts}^* V_{td}), \tag{1.25}$$

$$\lambda = |V_{us}| = 0.2205.$$

であり, さらに $Im(V_{ts}^* V_{td})$ は先に求めた,

$$\begin{aligned} Im(V_{ts}^* V_{td}) &= Im(A\lambda^2 \times A\lambda^3(1-\rho-i\eta)), \\ &= -A^2\lambda^5\eta. \end{aligned} \tag{1.26}$$

であるので, それぞれ代入すると, 分岐比は η^2 に比例することがわかる.
ここで, Wolfeinstein パラメタを用いると分岐比は,

$$\begin{aligned} B_r(K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}) &= 1.8 \times 10^{-10}\eta^2 A^4 X^2(x_r), \\ &= (3.1 \pm 1.3) \times 10^{-11}. \end{aligned} \tag{1.27}$$

という大変小さな分岐比であることがわかる. このためビームライン上に逃れた γ を veto するカウンタ (ビームキャッチャ) を製作する必要がある. このビームキャッチャはビームライン上にあるため中性子に対しては反応しないことが求められる.
このビームキャッチャ の試作機として, Aerogel Cherenkov タイプのカウンタを製作し, テストした. この結果, ビームキャッチャの陽子に対する発光量が, 想像していたよりも多かった. そこで, 本実験では, その原因究明の 1 つとして, 窒素励起によるシンチレーションの可能性について, 検討する.

Chapter 2

The Theory of Scintillation

2.1 Introduction

この章では, 物質中を通過する放射線の振る舞いについて述べる. 物質中を通過する放射線は Coulomb 散乱を起こし, 電離損失を受ける. 電離損失を受けた放射線はすべての運動エネルギーを失うまで物質中を進む. 放射線の電離損失は, そのエネルギーをすべて失う直前が最も損失が大きい. したがって, 放射線の進む距離を求めることが必要である. 電離損失の程度を数値的に求めるものに Bethe-Bloch の式がある. 第 1 の目的として Bethe-Bloch の式から α 線の進む距離を求めることを挙げる. 次に Nitrogen scintillation の理論について述べる. 本研究では, α 線源として ^{241}Am を, 主な物質として pure Nitrogen や空気を用いる. 空気には O_2 を含んでいるため, 電離損失を妨げる Quenching が発生する. この Quenching がどれほど起こるのかを求めることも, 第 2 の目的とする.

2.2 Energy Loss of Heavy Charged Particles by Atomic Collision

2.2.1 Passage of Radiation Through Matter

荷電粒子は, 原子内の電子と Coulomb 散乱を起こして, 電離損失を受ける. この現象は, 荷電粒子と電子との Rutherford 散乱によって起こる. ここで, 入射粒子が運動量 p をもって原子の電子にエネルギーを与え, 角度 θ で散乱させると, 電子に与えた運動量は近似的に $p\theta$ となる. このとき, 反跳電子のエネルギー $E(\theta)$, 単位体積あたりの散乱断面積 $P(\theta)$ は電子の質量を m_e, 荷電粒子の電荷を z_1 , 速度を v, $\beta = \dfrac{v}{c}$, 古典電子半径を r_0 とすると

$$\begin{aligned} E(\theta) &\simeq \frac{(p\theta)^2}{2m_e}, \\ P(\theta)d\theta &= 8\pi \frac{z_1^2 r_1^2}{\left(\frac{p}{m_e c}\right)^2 \beta^2} x\theta^{-3} d\theta. \end{aligned} \tag{2.1}$$

と表すことができる. また, 全散乱数は電子の数, $n = \left(\dfrac{N_0 A}{z_2}\right)$ に等しい. ここで, N_0 は Avogadro 数であり, A はエネルギーを受け取る原子の原子量であり, z_2 はその電荷である.
電離による $x[\mathrm{g/cm^2}]$ あたりのエネルギー損失 (erg) は, 角度を最小から最大まで積分することによって求めることができる. ここで, これまでに求めて来た $E(\theta)$, $P(\theta)$, $\dfrac{N_0 z_2}{A}$ を掛けあわせたものを積分すると,

$$
\begin{aligned}
-\frac{dE}{dx} &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E(\theta)P(\theta)\left(\frac{N_0 z_2}{A}\right)d\theta, \\
&= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{(p\theta)^2}{2m_e}\cdot 8\pi\frac{z_1^2 r_0^2}{\left(\frac{p}{m_e c}\right)^2\beta^2}\cdot x\cdot\frac{1}{\theta^3}\left(\frac{N_0 z_2}{A}\right)d\theta, \\
&= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{(p\theta)^2}{2m_e}\cdot 8\pi\frac{m_e^2 c^2 z_1^2 r_0^2}{p^2\beta^2}\cdot x\frac{1}{\theta^3}\left(\frac{N_0 z_2}{A}\right)d\theta, \\
&= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{4\pi m_e c^2 z_1^2 r_0^2 N_0 z_2}{A\beta^2}\cdot\frac{1}{\theta}d\theta, \\
&= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2}\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}\frac{1}{\theta}d\theta, \\
&= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2}\ln\left(\frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}}\right).
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

を得る. この式に最大の角度 $\theta_{\max}$ と最小の角度 $\theta_{\min}$ を代入することによって, $\frac{dE}{dx}$ を計算することができる.
入射粒子が原子の反跳電子に与える最大のエネルギー $E_{\max}$ は入射粒子と電子が正面衝突するときに起こり, 入射粒子の運動量 (p) と散乱粒子の運動量 (p') の最大の差 (dp) から以下のように

$$
\begin{aligned}
dp_{\max} &\simeq \frac{2m_e c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\
E_{\max} &= \frac{(dp_{\max})^2}{2m_e} = \frac{2m_e c^2\beta^2}{1-\beta^2}.
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

と示すことができる.
また最小エネルギーは, 軌道電子の電離エネルギー I を起こすエネルギーを考え, 同様に

$$
\begin{aligned}
dp &\simeq \frac{I\sqrt{1-\beta^2}}{c\beta}, \\
E_{\min} &= \frac{(dp)^2}{2m_e} = \frac{I^2(1-\beta^2)}{2m_e c^2\beta^2}.
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

を得ることができるので, これより求められた $E_{\max}, E_{\min}$ から式 (2.1) の $E(\theta) \simeq \frac{(p\theta)^2}{2m_e}$ より, $\theta = \sqrt{\frac{2m_e E}{p^2}}$ が求められる. これに, 先程求めた式 (2.3) 及び式 (2.4) を代入することで $\theta_{\max}, \theta_{\min}$ をそれぞれ求めることができる.
すると $\theta_{\max}, \theta_{\min}$ は

$$
\theta_{\max} = \sqrt{\frac{2m_e E_{\max}}{p^2}} = \sqrt{\frac{2m_e}{p^2}\cdot\frac{2m_e c^2\beta^2}{1-\beta^2}}, \theta_{\min} = \sqrt{\frac{2m_e E_{\min}}{p^2}} = \sqrt{\frac{I^2(1-\beta^2)}{2m_e c^2\beta^2}}. \tag{2.5}
$$

となる. ここで $\theta_{\max}$, $\theta_{\min}$ が求められたので, これを式 (2.2) に代入して計算すると,

$$\begin{aligned}
-\frac{dE}{dx} &= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\left(\frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}}\right), \\
&= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\left(\sqrt{\frac{2m_e}{p^2}\cdot\frac{2m_e c^2\beta^2}{1-\beta^2}}\cdot\sqrt{\frac{p^2}{2m_e}\cdot\frac{2m_e c^2\beta^2}{I^2(1-\beta^2)}}\right), \\
&= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\left(\sqrt{\frac{4m_e^2 c^4\beta^4}{I^2(1-\beta^2)^2}}\right), \\
&= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{2m_e c^2\beta^2}{I(1-\beta^2)}.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

を得る. これより, 単位あたりのエネルギー損失は入射粒子の電荷 z_1 の 2 乗と, 物質の原子の電荷 z_2 に比例することがわかる. ただしこの式は, 低エネルギーの場合には適用できず β によって用いる式を変える必要がある. 例えば, $\beta < 0.01$ では J.Lindhard の式が実験データとよく一致する. また, $\beta > 0.05$ では H.A.Bethe と F.Bloch の式で計算できる. $0.01 < \beta < 0.05$ で実験データと一致する理論は存在しない.
Lindhard の式は β 領域が低いので, 原子の電子を Fermi 電子と考える. 荷電粒子がその Fermi ガスの中を通過すると考えると, V_F を電子 Fermi ガスの速度[1]として

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2N_0 m_e^2 e^4 z_1^2 z_2 v}{A\hbar^3(4\pi\epsilon_0)^2}\left[\ln\frac{137V_F}{c} + \ln\pi - 1 + \frac{2c}{137\pi V_F}\right]. \tag{2.7}$$

で, 求められる.
Bethe-Bloch の式は, 式 (2.6) をさらに変形する必要がある. ここで, $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ とし, $\beta = \dfrac{v}{c}$ であることを考慮にいれると, 式 (2.6) は

$$\begin{aligned}
-\frac{dE}{dx} &= \frac{4\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{2m_e c^2\beta^2}{I(1-\beta^2)}, \\
&= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\left(\frac{2m_e c^2\beta^2}{I(1-\beta^2)}\right)^2, \\
&= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{4m_e^2 c^4\beta^4}{I^2(1-\beta^2)^2}, \\
&= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{4m_e^2\gamma^2 v^2 c^2\beta^2}{I^2(1-\beta^2)}.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

となる.
ここで, 入射粒子の質量 M が電子の質量 m_e よりも大変大きければ, $\eta = \beta\gamma$, $W_{\max} \simeq 2m_e c^2\eta^2$ となるので[2]これらをさらに代入して, 計算していくと

$$\begin{aligned}
-\frac{dE}{dx} &= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{4m_e^2\gamma^2 v^2 c^2\beta^2}{I^2(1-\beta^2)}, \\
&= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{4m_e^2\gamma^2 v^2 c^2\eta^2}{I^2}, \\
&= \frac{2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 z_1^2 z_2}{A\beta^2} \ln\frac{2m_e\gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

[1] $V_F = 0.106c$

[2] 正確には,$s = \dfrac{m_e}{M}$ として $W_{\max} = \dfrac{2m_e c^2\eta^2}{1 + 2s\sqrt{1+\eta^2} + s^2}$ であり, $2m_e c^2\eta^2$ は近似式である.

となる. これに density effect と呼ばれる δ や,shell correction と呼ばれる C などの補正項を加えることで Bethe-Bloch の式

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 \frac{z_2}{A}\frac{z_1^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_e\gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}\right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{z_2}\right]. \tag{2.10}$$

を導出することができる.
次節では, この Bethe-Bloch の式について述べる.

2.2.2 Bethe-Bloch Formula

本節では, 前節の式 (2.10) から実験に行う環境での, $\frac{dE}{dx}$ を求めることを目的とする. すなわち, 式 (2.10) でのパラメタは z_1 ,z_2, A, β, I であるため, これらのデータを得られればよい.
ただし式 (2.10) では, 物質内の密度 ρ については, 式に含められていない. これは, 密度に関しては, 物質の種類によらず独立しているからである. 従って, これに密度 ρ を掛け合わせることで, $\frac{dE}{dx}[\mathrm{eV/cm}]$ を求めることができる. 以下に, ρ を含めた Bethe-Bloch の式を述べ, さらに全ての要素についても述べる.

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 \rho\frac{z_2}{A}\frac{z_1^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_e\gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}\right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{z_2}\right]. \tag{2.11}$$

r_e:	classical electron radius = 2.817×10^{-13}[cm]	ρ:	density of absorbing material
m_e:	electron mass	z_1:	charge of incident particle in units of e
N_0:	Avogadro's number = 6.022×10^{23}[mol^{-1}]	β =	$\frac{v}{c}$ of the incident particle
I =	mean excitention potential	γ=	$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$
z_2:	atomic number of absorbing material	δ:	density correction
A:	atomic weight of absorbing material	C:	shell correction
$W_{\max}$:	maximum energy transfer in a single collision		

ここで, I は平均電離エネルギーと呼び, 物質中の電子の束縛状態を示す主要なパラメタである. また, これは Bohr の式と Plank 定数を掛け合わせて得られる $h\bar{\nu}$ の軌道上の振動数を求めるのに不可欠であり, これは $oscillator\ strength$ と呼ばれる力の重みをつけた ν の対数平均であるという理論に基づいている. しかし, 実はこの $oscillator\ strength$ というものは, 大部分の物質で求められていないため計算することはかなり難しい. その代わりとして, 様々な物質に対する I の値は実際の $\frac{dE}{dx}$ の実験で解に至ることができるし, 副次的に I と z_2 は fitting が可能である. これを求める式を以下に示す.

$$\begin{aligned} \frac{I}{z_2} &= \left(12 + \frac{7}{z_2}\right)[\mathrm{eV}] && z_2 < 13, \\ \frac{I}{z_2} &= \left(9.76 + 58.8 z_2^{-1.19}\right)[\mathrm{eV}] && z_2 \geq 13. \end{aligned} \tag{2.12}$$

しかし実際には, より複雑な法則下で I は z_2 によって変化する. そこで, より改良された値を Table2.1 に, density effect とともに示す.
density effect とは電場が粒子の軌道付近の物質に極性を与える傾向がある事実の解決のため, 導入された. これは, 物質が電気分極によって電場が遮蔽されるため, 物質中の電子が衝突しあうことである. このことは, エネルギー損失を小さくさせることを意味する.
その主要な成分である δ は Sternheimer によって以下の式のように与えられる.

$$\delta = \begin{cases} 0 & X < X_0 \\ 4.6052X + C + a(X_1 - X)^m & X_0 < X < X_1 \\ 4.6052X + C & X > X_1, \end{cases} \tag{2.13}$$
$$X = \log_{10}(\beta\gamma).$$

ここで, この δ は高エネルギーの粒子の時のみに作用することがわかる. また, この式の中の X_0,X_1,C,a,m は物質に対して独立している. これらのパラメタの一つである C は,

$$C = -\left(2\ln\frac{I}{h\nu_p} + 1\right). \tag{2.14}$$

で与えられる. ここで $h\nu_p$ はプラズマ振動と呼ばれ ν_p は

$$\nu_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\pi m_e}}, \tag{2.15}$$
$$N_e(\text{density of electron}) = N_0\rho\frac{z_2}{A}.$$

で与えられる.
この Bethe-Bloch の式の特徴としては, 入射粒子が速度が遅く低いエネルギーの状態では, 速度とともに β^{-2} に従って減少していき, E が最小電離エネルギーとなった後 $\ln\gamma^2$ に従い増加する. これを相対論的上昇と呼ぶ. 次節では, 今回実験に用いた環境での $\frac{dE}{dx}$ を見積もる.

Table 2.1: Constants for the density effect correction

Material	I[eV]	$-C$	a	m	X_1	X_0
Mg	156	4.53	0.0816	3.62	3.07	0.1499
Cu	322	4.42	0.1434	2.90	3.28	-0.0254
Al	166	4.24	0.0802	3.63	3.01	0.1708
Fe	286	4.29	0.1468	2.96	3.15	-0.0012
Au	790	5.57	0.0976	3.11	3.70	0.2021
Pb	823	6.20	0.0936	3.16	3.81	0.3776
Si	173	4.44	0.1492	3.25	2.87	0.2014
NaI	452	6.06	0.1252	3.04	3.59	0.1203
N_2	82	10.5	0.1534	3.21	4.13	1.738
O_2	95	10.7	0.1178	3.29	4.32	1.754
H_2O	75	3.50	0.0911	3.48	2.80	0.2400
Iucite	74	3.30	0.1143	3.38	2.67	0.1824
Air	85.7	10.6	0.1091	3.40	4.28	1.742
BGO	534	5.74	0.0957	3.08	3.78	0.0456
Plastic Scint.	64.7	3.20	0.1610	3.24	2.49	0.1464

2.2.3 Estimation of dE/dx on this Experiment

本節では, 実験に用いる α 線源である ^{241}Am についての $\frac{dE}{dx}$ を Estimation することを目的とする.

まず式 (2.11) は, すべてが定数である $2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2$ を計算すると

$$2\pi N_0 r_0^2 m_e c^2 = 0.1535 \times 10^6 [\mathrm{eVcm^2/g}]. \tag{2.16}$$

を得る. これを式 (2.11) へと代入すると

$$-\frac{dE}{dx} = 0.1535 \times 10^6 \rho \frac{z_2}{A} \frac{z_1^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{z_2} \right]. \tag{2.17}$$

この式の中で電子の質量 $m_e = 0.51[\mathrm{MeV/c^2}]$ を除くと他のパラメタは環境に依存する. 本実験の環境としては, 入射粒子が ^{241}Am の α 線, 物質が pure Nitrogen なので, まず α 線の速度と光速度との比のパラメタである β から求めていく.
β は $\frac{v}{c}$ で与えられているが, 以下の式でも求めることができる.

$$\beta = \frac{p}{|E|}. \tag{2.18}$$

したがって, β を求めるために運動量 p を求める. ^{241}Am から放射される α 線のエネルギーは主要なものとして 5.443[MeV] が 13%, 5.486[MeV] が 85% なので, 比の重みをつけた α 線の平均エネルギー E_k は,

$$\begin{aligned} E_k &= 5.443 \times 0.13 + 5.486 \times 0.85, \\ &= 5.37069[\mathrm{MeV}]. \end{aligned} \tag{2.19}$$

次に α 線とは He の原子核のことだから, 陽子数と中性子数はそれぞれ 2 である. そこで陽子の質量を m_p, 中性子の質量を m_n とすると

$$m_p = 938.3[\mathrm{MeV/c^2}], m_n = 939.6[\mathrm{MeV/c^2}]. \tag{2.20}$$

であるので, α 線の質量 m は

$$\begin{aligned} m &= 2(m_p + m_n), \\ &= 3.76[\mathrm{GeV/c^2}]. \end{aligned} \tag{2.21}$$

となる.[3]
ここで, 全てのエネルギーを E_{tot} とすると

$$E_{tot} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}. \tag{2.22}$$

なので以下のように

$$E_k = E_{tot} - E_0. \tag{2.23}$$

と, 静止質量系でのエネルギー E_0 との差が E_k となる. したがって, 自然単位系に変換し, 式 (2.23) を計算していくと,

$$\begin{aligned} E_{tot} &= E_k + E_0, \\ \sqrt{m^2 + p^2}^2 &= \left(E_k + \sqrt{m^2} \right)^2, \\ m^2 + p^2 &= E_k^2 + 2E_k m + m^2, \\ p &= \pm\sqrt{E_k(E_k + 2m)}, \\ p &\simeq 208[\mathrm{MeV/c}]. \end{aligned} \tag{2.24}$$

[3] 実際には結合しているため, これよりも小さい値をとる.

となる. ただし $p \geq 0$ とした. これで p を求めることができたので, 式 (2.18) へ代入し β を求めると,

$$\beta \simeq 0.05. \tag{2.25}$$

を得る.
これまでで, 未確定のパラメタは, A, z_1, z_2, ρ となった. これらのパラメタは, 入射粒子や物質に依存する. 本実験での場合では物質に pure Nitrogen を用いるので,

$$A = 14, z_1 = 2, z_2 = 7, \rho = 1.25[\mathrm{mg/cm^3}]. \tag{2.26}$$

として式 (2.11) へ代入し, 計算する. 結果として,

$$\frac{dE}{dx} \simeq 1.36[\mathrm{MeV/cm}]. \tag{2.27}$$

を得る. 計算機を用いて Simulation を行った結果, 以下の図を得た.

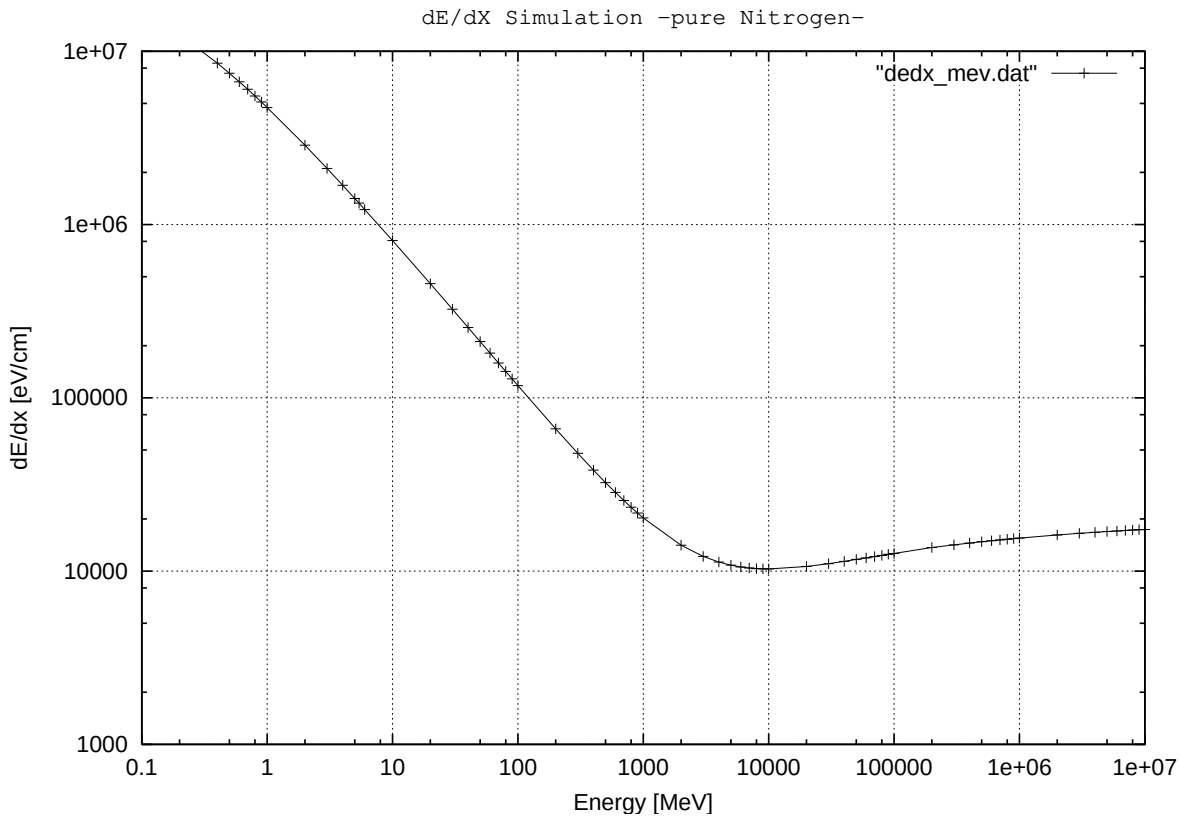


Figure 2.1: Comparison of the Bethe-Bloch formula with the shell ans density corrections. The Simulation shown here is for pure Nitrogen

さらに, 比較のために物質が空気の場合のデータを求める. 空気のような混合物に関しては, それぞれの成分物質に対する $[dE/dx]_n$ を用い, f_n を n 番目の元素の重量比だとすると

$$\frac{dE}{dx} = \sum f_n \left(\frac{dE}{dx}\right)_n. \tag{2.28}$$

という近似式が成り立つ. ここで, 空気の成分比は, N_2 が 80%,O_2 が 20% と概算できるので, 同様に O_2 の $\frac{dE}{dx}$ を求め,

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{O_2} \simeq 1.46[\mathrm{MeV/cm}]. \tag{2.29}$$

これに, 式 (2.27) を用いて,

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dx} &= \frac{2240}{2880}\left(\frac{dE}{dx}\right)_{N_2} + \frac{640}{2880}\left(\frac{dE}{dx}\right)_{O_2}, \\ &\simeq 1.38[\mathrm{MeV/cm}].\end{aligned} \tag{2.30}$$

と示すことができる.
ここで, 入射粒子がエネルギーをすべて失うまでに進む距離 x は

$$x = \frac{E}{\frac{dE}{dx}}. \tag{2.31}$$

で表すことができるので, 本実験の Estimation としては,

$$x = \frac{5.4}{1.38} \simeq 3.9[\mathrm{cm}]. \tag{2.32}$$

を得る.
ただし, 式 (2.32) で得られた値は, 入射粒子の運動エネルギーが常に一定であるという場合での結果であり, $\frac{dE}{dx}$ の変化はないという仮定で成り立つ結果である. しかし $\frac{dE}{dx}$ は微分方程式で表されるので, 常にその値が変化することを考慮に入れる必要がある.
すなわち, Figure2.1 のように, 入射粒子が運動エネルギーを失い, その速度 β が小さくなるにしたがって $\frac{dE}{dx}$ は大きくなるので, 距離 x は式 (2.32) で得られた結果よりも小さな値である.
以下に, β に対する $\frac{dE}{dx}$, 運動エネルギーについて Simulation した結果を示す.

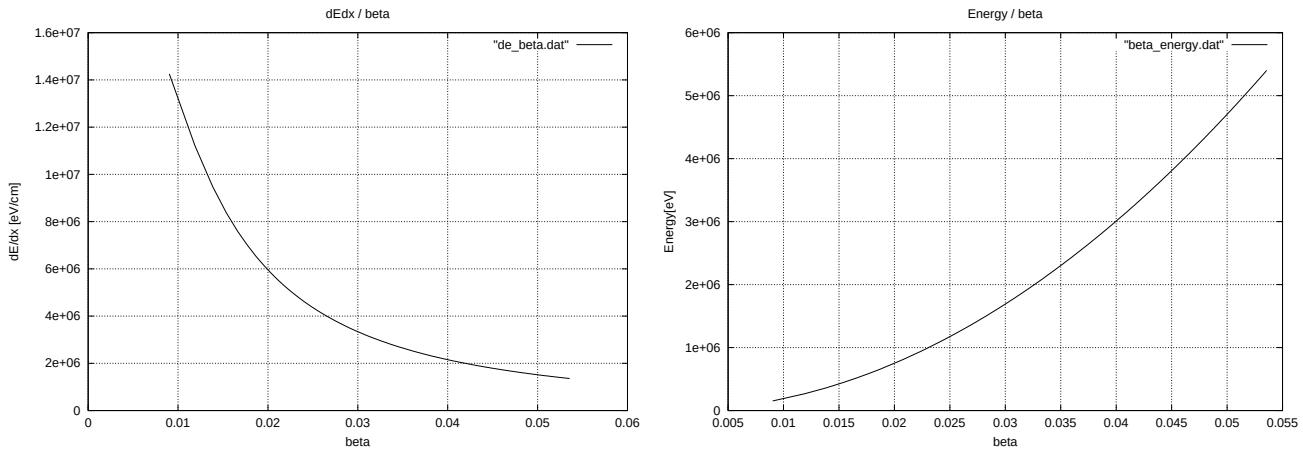


Figure 2.2: $\frac{dE}{dx}$-β, $kinetic$ Energy-β Simulation -Pure Nitrogen-

Figure 2.2 より, β が小さくなるにしたがって, $\frac{dE}{dx}$ が大きくなることがわかる. このことは, 入射粒子が最も大きくシンチレーション光を出す距離は, 入射粒子が運動エネルギーをすべて失う距離付近であることを意味する.
また, 入射粒子が運動エネルギーをほぼすべて失うことと, β が 0 に近付くことは同義ということがわかる. 次に β, $\frac{dE}{dx}$ と距離に対して Simulation した結果を示す.

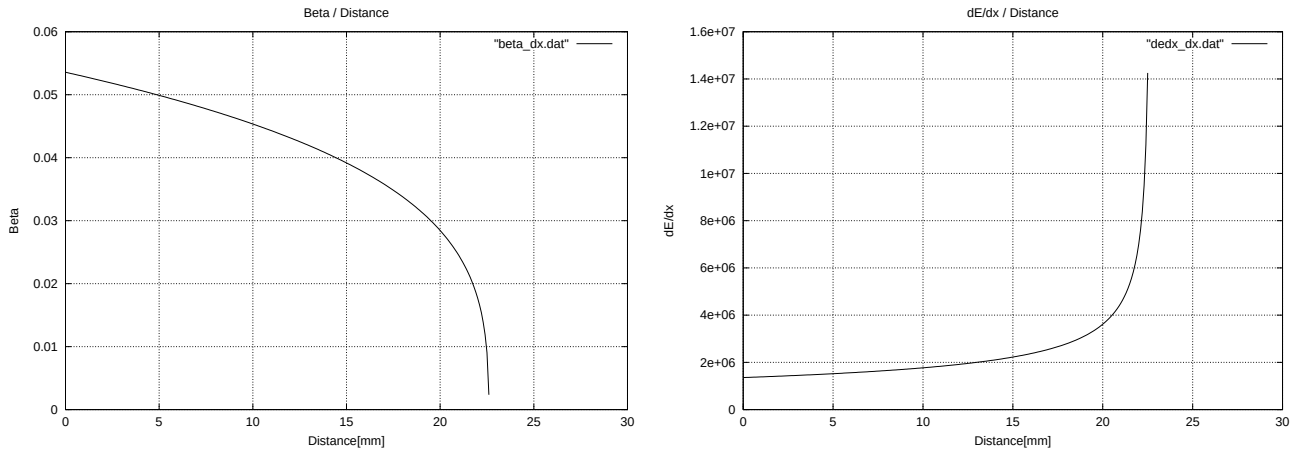


Figure 2.3: β-dx, $\frac{dE}{dx}$-dx Simulation -Pure Nitrogen-

Figure 2.3 より, 5.4 MeV の到達距離は, 23 mm 程度であることがわかった. ただし, Bethe-Bloch の式の適用範囲外が多いので, 4cm が正しい. 以下に, 比較のために $\frac{dE}{dx}$ の変化がない場合での Estimation とともに示す.

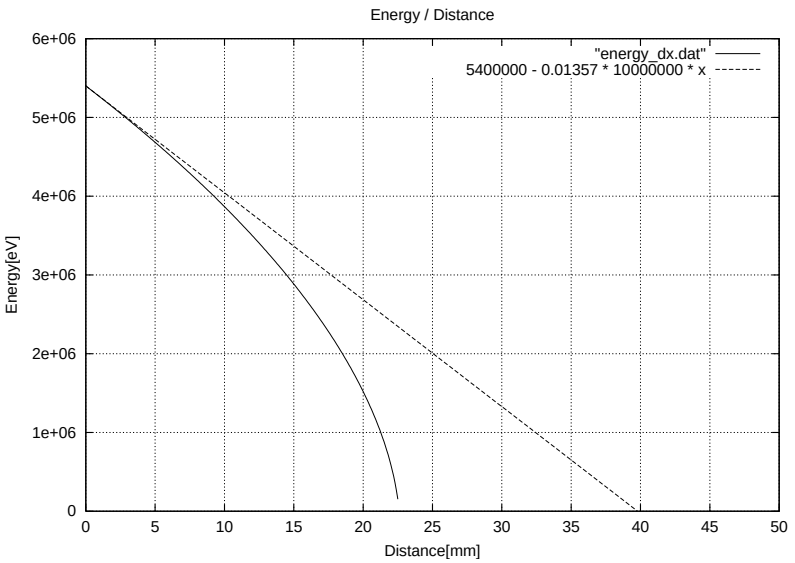


Figure 2.4: $kinetic$ Energy - dx Simulation -Pure Nitrogen-

2.3 The Theory of Scintillation

ある種の物質に荷電粒子が入射すると, 分子レベルが励起される. それが電子を受け取る等, 何らかの方法で基底状態に戻る時, そのエネルギーに応じて可視光を放つ. これがシンチレーションの原理である.
また, 蛍光とは異なり燐光とは, 蛍光よりも波長の長い放出であり, 一般にその特性時間が遅い. 遅発蛍光は即発蛍光と同じ発光スペクトルを持つが, 励起後の発光時間がはるかに長いという特徴を持つ.
ここでは, 実験で主に用いる N_2 を中心としたシンチレーションの理論について述べる.

2.3.1 Gas Scintillator

ある種の高純度ガスはシンチレータとして用いることができる. 以前から気体の中で, 希ガスについては, Xe や He がよく研究されてきた. この場合でのシンチレーションは, 荷電粒子がシンチレータ中を通過する際, 気体分子を励起し, それが基底状態に戻るときに光子が放出されることで発生する. この光子放出によって得られたデータは, 通常線スペクトルと連続スペクトルの両方が観測される. シンチレーション光の多くは紫外領域にあるため, 紫外線に感度の高い光電子増倍管を用いるか, 窒素などの気体を添加し波長を可視領域へ移す必要がある.
今回主として用いた気体は N_2 であるので, 表 2.2 のように発光平均波長が可視領域[4]にあるため, この問題に関しては意識しなくてもよい.
Table 2.2 のように, 気体のシンチレータは固体のシンチレータよりもシンチレーション効率は低い. これは遷移する際, 分子間の衝突や内部消光のような競合過程があるためである. しかし, 遷移自体は, 通常数 nm 程度と言う非常に短い時間に起きるため, 気体シンチレータはすべての放射線検出器の中で最速という利点を持つ.
これに加え, 気体シンチレータは固体シンチレータと比べて, 形状を自在に変えることができることや, 液体シンチレータと比べ, 密度等を比較的容易に変化させることが可能である. また, Figure 2.1 のように, 気体シンチレータは, かなり広い範囲に渡り荷電粒子と $\frac{dE}{dx}$ の間で直線性がある.

Table 2.2: Characteristics of gas scintillator in the atmosphere

Gas	Mean wave length of scintillation	Mean Photon Number / 4.7MeV α-particle($\lambda > 200$nm)
Xe	325nm	3700
Kr	318nm	2100
Ar	250nm	1100
He	390nm	1100
N_2	390nm	800
NaI(Tl)(comparation)	410nm	41000

2.3.2 The Theory of Quenching

本節では, Quenching の理論とシンチレーションの量子効率について述べる.
シンチレーションの原理とは, 荷電粒子が粒子の周りの物質を励起させ, それが基底状態に戻るときのエネルギーが関与している. 空気中では主な成分として N_2 と O_2 があるが, O_2 でのシンチレーションは, N_2 のそれとの比較としては取るに足らない程の量であるが, この O_2 が励起した N_2 のエネルギーを奪うことで Quenching が発生する. Quenching によるエネルギー損失は大きく, 単なる希薄剤としての影響以上に強く作用する.

[4]可視領域は波長が 380nm から 780nm の間としている

この振る舞いは, Stern-Volmer によって以下のように与えられる. ここで I_0 は pure Nitrogen での発光量であり, I は Quenching 後の発光量であり, c は O_2 の比率, $K = 20$ である.

$$I = \frac{I_0}{1 + Kc}. \tag{2.33}$$

空気中での O_2 の比率は約 0.2 なので, それを式 (2.33) の c へ代入して計算すると,

$$I = \frac{I_0}{5}. \tag{2.34}$$

を得る. これは発光量が $\frac{1}{5}$ 程度になるまで, エネルギーが奪われることを意味する. 即ち, 例えば $4.6[\mathrm{MeV}]$ の α 線の平均光子数は Table 2.2 より 800 Photon なので, これを $\frac{1}{5}$ して, 160 Photon 程度まで Quench されることになる.

2.3.3 Collisional Quenching

α 線を通過させ, シンチレーション光を発生させる物質は, N_2 や不活性ガスが有効である. N_2 や不活性ガスは他の気体と比べて 100 倍以上も効率が良いことが, Grün と Schopper によって確認されている. また, 一方で, アルコールやベンゼン, キシレンなどの有機気体は N_2 に対して, そのシンチレーションの効率を下げることが知られている.
例えば, 物質を N_2 として, その中に 5.3 [MeV] のα 線を通過させたとき, 300-400 $[\mathrm{m}\mu]$ 程度の波長の光子が 1000 [photon] 程度作られる. このことは, シンチレーション効率は 0.1% 以内であると言うことができる. 次に, 圧力による N_2 のシンチレーション光の効率について述べる.
Ward は N_2 などの気体を通過する α 線のシンチレーション光の変化について実験した. この実験の結果, 光量 $\frac{dL}{dr}$ のピークは, 距離 r によって変化することがわかった. また他の結果として, Table 2.3 のように, 気体の圧力によって, 光子数が上下することがわかった. このことは, シンチレーション光の衝突による Quenching だと考えられている.

Table 2.3: Scintillation Photons per 4-6MeV α-Particle in Nitrogen

Pressure p[cm Hg]	62.5	48.8	24.9
Total number of photons N	1060	1310	1970

ここで, このシンチレーション光の衝突における Quenching を導出する. まず, 圧力を p, $p_a = 76[\mathrm{mmHg}]$ とする. また n を 単位体積あたりの分子数とし n_a を圧力が p_a の場合の分子数とする.
すると, n は $n = \frac{n_a p}{p_a}$ と示すことができる. また, k_f, k_i, kn を内部的な Quenching や, このシンチレーション光の衝突による Quenching の割合の重みを含めたパラメタとすると[5], シンチレーション光の量子効率 q は以下のように示すことができる.

$$q = \frac{k_f}{k_f + k_i + kn} = \frac{q_0}{1 + \frac{p}{p'}}. \tag{2.35}$$

ただし p' や τ_0 は, 以下の式で定義する.

$$\begin{aligned} p' &= p_a \frac{(k_f + k_i)}{k n_a} = \frac{p_a \tau_c}{\tau_0}, \\ \tau_0 &= \frac{1}{k_f + k_i}. \end{aligned} \tag{2.36}$$

[5] k_f はシンチレーション発光量, k_i は内部 Quench, kn は衝突 Quench である

ここで, q_0 は式 (2.35) に対して $n = 0$ なので,

$$q_0 = \frac{k_f}{k_f + k_i}. \tag{2.37}$$

である. これらの式で, q_0 はシンチレーションの量子効率を意味し, τ は衝突による Quenching によって崩壊するまでの時定数である. さらに,

$$\tau_c = \frac{1}{kn_a}. \tag{2.38}$$

は, 大気圧中での衝突による Quenching の平均値を意味する.
崩壊の時定数, τ は以下の式で表すことができる.

$$\tau = \frac{1}{k_f + k_i + kn} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{p}{p'}}. \tag{2.39}$$

このように, pure N_2 において衝突 Quench の現象が起こっていることが実験的に確かめられている. 今回の実験では Quench の効果を研究の対象にしている.

Chapter 3

Experiments

3.1 Introduction

この章では, 実験内容について述べる. シンチレーション光を検出する際に有効な線源として α 線源を用いる. α 線源は大変重い粒子であるため, エネルギー損失が大きいため発光量が大きくなると考えた. まず第 1 の実験として圧力の変化に対する, α 線の振る舞いについて実験する. 次に. 放射線を大きな光に変換できる, プラスティックシンチレータを Tag にした実験を行う. 最後に, 半導体検出器を Tag にした実験を行い, N_2 シンチレーションを測定する.

3.2 Modules

ここでは, 実験に用いる装置について述べる. 解析装置でよく使われる規格として, NIM や CAMAC がある. NIM は, 主にアナログデータや論理データを, CAMAC は論理データと計算機の制御を行う. 以下に, 実験装置について, NIM, CAMAC の実験装置の各モジュールの説明を中心に述べる.

A. NIM- Clock Generator
   Clock Generator は一定周期のパルスを発生させる装置である. 主に, LED を用いた較正をする際に用いる.

B. NIM- Gate and Delay Generator
   Gate and Delay Genarator は, 主にデータとして得るシグナルの範囲を決定するための装置である. Gate and Delay Generator は 2 つの機能を持つ. 1 つは Width 機能であり, データを得るシグナルの幅を変更することができる. もう 1 つは Delay 機能であり, シグナルと同期させることが可能である.

C. NIM- Visual Scaller
   Visual Scaller はシグナルを受け取った個数をカウントしていく装置であり, よく使われる. 本実験では, 主にカウントレートのモニタ用に用いた. 本実験では 50 [ns] の Delay を用いた.

D. NIM- Dual Fanout
   Dual Fanout は 1 つのシグナルを 2 つに分割する機能がある.

E. NIM- 4 FOLD Concidence
   4 FOLD Coincidence は, 4 チャネルまでの入力された論理シグナルの, 出力を操作するための装置である. 具体的には, 入力されたシグナルが真である個数を設定した閾値と比較して, 真か偽のシグナルを出力することができる.

F. NIM- Linear Amplifier
入力信号を増幅することができる. 増幅率を設定することや, シェイピングタイムの変更が可能である. 本実験では, 半導体検出器に用いた.

G. NIM- Delay and Variable Delay
シグナルはケーブルの中を, 20 [cm/s] で進む. したがって, シグナルを別のシグナルに比べて遅くして, 同期をとりたい場合等に Delay は用いられる. 本実験では 50 [ns] の Delay を用いた. 次に, Variable Delay の説明を述べる. Variable Delay は, シグナルが Gate Generator よりも微妙に速い場合, 同期を取るために用いられる. 本実験で用いたものは, 1 [ns] オーダで調節できる.

H. NIM- Discriminator
Discriminator は, アナログ信号を論理信号に変換する際, 真か偽の信号の閾値を設定する機能がある. Discriminator は入力された Analogue 信号を NIM 規格である論理信号に変換する機能をもつ. Discriminator を回路に加えることで, はじめて NIM での様々な回路構成が可能になる.

I. NIM- Octal Divider
Divider は, 入力されたアナログ信号を 2 方向に分割する機能がある. 内部的には Y 字型の抵抗であり, NIM 規格ではインピーダンスを 50 [Ω] に保つ必要があるため, 16 [Ω] の抵抗が Y 字型に 3 つ付いていることになる.

J. Variable Attenator
Attenator は, 強い電圧を減衰させることが可能である. 減衰の程度は 1dB オーダから調節できる.

K. NIM- High Voltage
光電子増倍管に高電圧を供給するための装置である. 本実験に用いた装置は, 4 つのチャネルがあり, それぞれ独立した高電圧を供給できる.

L. CAMAC- ADC
ADC とは, Analogue Digital Convertor の略であり, アナログ信号をディジタル信号に変換する機能がある. ただし, 前に述べた Discriminator とは違い, 2 つ以上の信号を入力することが多い. 簡単な原理について説明する. まず, Gate として働くシグナルを Gate Generator から供給し, ADC が機能する時間を定める. Gate が開いている間, 光電子増倍管によって増幅された信号が入力されると, その入力信号は内部のキャパシタに保存される. ここで, 保存された電荷を ADC カウントという単位系に変換する. この, ADC 1 カウントは 0.25[pC] に相当する. これを, Gate が開いている間, 電荷量が 0[pC] になるまでカウントしていくことで, 全体の ADC カウント数を測定する. つまり, ADC カウントは電荷の積分値に依存する.

M. CAMAC- Peak Hold ADC
この装置は, 前に述べた ADC と異なり, 入力信号のピーク値を探し, そのピーク値そのものを返す機能がある.

N. CAMAC- CCP
CCP は, CAMAC 規格と計算機とのデータの授受を行う機能をもつ. 具体的には, セントロニクス端子を用いる. 他の種類として, SCSI[1]規格がある. 本実験では, 京都大学で実験を行う場合にはセントロニクス端子を用いる規格を, 京都教育大学で行う場合には, SCSI を用いる.

O. CAMAC- Event LAM Resistor
Event LAM Resistor は Look At Me という名前の通り, ADC がデータを取っている間に, さらに信号が ADC に行くことを防ぐための装置である. Event LAM Resistor が作動している間は, Gate Ganerator に veto と呼ばれる信号を返し, Gate を開かなくする機能がある.

[1]Small Conputers Systems Interface

P. 光電子増倍管
光電子増倍管は, 光電効果を利用して光電面を叩いた光子を, 電流として取り出せるだけの量にまで増幅させる機能がある.

Q. LED Driver
LED Driver は, 電源から電気を供給されながら, Clock Generator から来るパルスを乗せて LED を発光させる装置である.

R. プラスティックシンチレータ
プラスティックシンチレータは, 放射線を大きな光に変換する機能がある.

S. 暗箱
暗箱は, 光電子増倍管の遮光のために用いる. 光電子増倍管は, わずかな光を検出し, 増幅する機能がある. そこで光電子増倍管の光電面は, 完全に遮光することが必要であるため用いる. 本実験では, 暗箱の上にさらに遮光を強めるために, 黒色のビニルシートを取りつけた.

T. 半導体検出器
本実験ではプラスティックシンチレータと半導体検出器である PIN フォトダイオードを用いる.

U. Pressure Gauge
Pressure Gauge は, 機材の中の圧力状態をディジタル表示するための装置である. 1 気圧では 0 を示す.

V. Digital Multimeter
Digital Multimeter は, 圧力状態をディジタル表示する機能がある. Pressure Gauge と比べ, より詳しく表示することができる.

W. N_2 容器
本実験では気体として空気の他に N_2 を用いる.

X. Preamplifier
Preamplifier は半導体検出器の回路に必要なものである. 具体的には, 入力信号を電流として取り出せる程の増幅を行う前に予備的に増幅を行うものである.

Y. 真空ポンプ
実験容器を減圧するための装置.

Z. α 線源 ^{241}**Am**
α 線源として, アメリシウムを選んだ. 本実験で用いた α 線源では, 運動エネルギーが 5.4 MeV で, 1 秒あたり 3300 個崩壊する[2].

3.3 The Method of Photoelectron by LED

ここでは, LED を用いた光電子数の較正方法について述べる. LED を用いて光電子数を較正することによって, 他のシンチレーションでのデータが, 何 Photon 程度であったのかを定めることができる. そのためには, 光電子増倍管の増幅率 G を求めることが必要である. ここで LED からの光子数[3]や光電子数[4]は, Poisson 統計に従うと考えられているので, Poisson 統計を基礎にした光電子増倍管の増幅率を求める.

[2] 3.3kBq
[3] Photon
[4] Photoelectron

まず, Single Photon 法について述べる. Single Photon 法は, 平均光電子数 $< n >$ が 1 以下の時のみに有効な手法である. LED の光量を光子が 1 つ来るか来ないかという程度にまでオシロスコープで確認しながら調節し, データをとる. この場合, 光子が来ない場合の方が確率が大きいので, Pedestal が大きくなるが, 光子が来たときには光量が大きくなるため, Pedestal 以外にもう 1 つのピークが見られる. これが光子 1 つ分の ADC カウントであるため, その ADC カウントから Pedestal の ADC カウントを引いた値が, すなわち増幅率となる. 以下に例を示す.

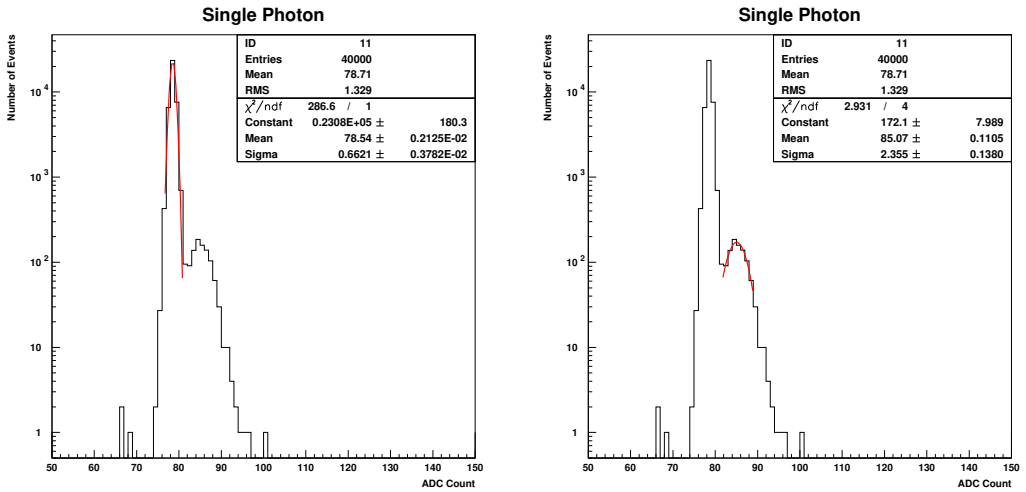


Figure 3.1: Single Photon Method LED 3.90V

Figure 3.1 は, 同じデータを Pedestal と, Single Photon で Fitting している. この図から Pedestal のピークと, Single Photon のピークが 78.54, 85.07 と判断できるので, 増幅率 G は,

$$G = 85.07 - 78.54 = 6.53. \tag{3.1}$$

[ADCCount/p.e.] 程度であることがわかる.
しかし, Single Photon 法は平均光電子数が 2 以上の場合では, 光電子のピークが重なるため, 平均値が大きくなる. その結果, 増幅率が大きくなるため, 光量の調整がかなり難しい. そこで, 平均光電子数が大きい場合での増幅率を求める手法である, Mean Sigma 法について述べる.
Mean Sigma 法では平均光電子数 $< n >$ が 10 程度以上の時に有効な手法である.
平均光電子数が 10 以上が成立する状況では Pedestal のイベントは減少し, 光を検出する頻度が上昇する. ここで, Pedestal を差し引いた平均値を $< a >$, その分散を σ_a とすると

$$< a >= G < n > . \tag{3.2}$$

$$\sigma_a = G\sqrt{< n >}. \tag{3.3}$$

と与えられる. これを計算することで,

$$< n >= \left(\frac{< a >}{\sigma_a}\right)^2. \tag{3.4}$$

を得る.
Figure 3.2 に, その例を示す.

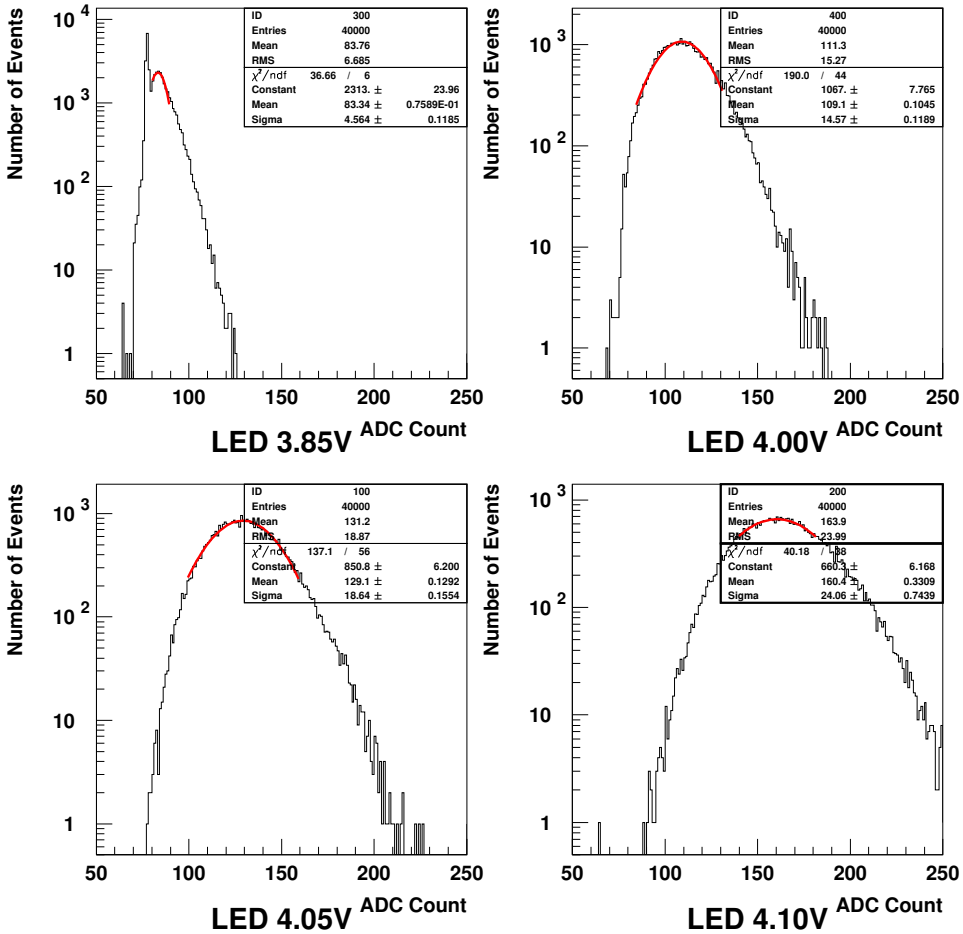


Figure 3.2: Mean Sigma Method

ここで, 平均光電子数 $< n >$ を求めた後, 増幅率 G を求めると, 増幅率の変動がほとんどなければよい. Table 3.1 に LED の光量を変えた場合での結果を示す. Mean Sigma 法では, 平均光電子数 $< n >< 10$ の場合では増幅率 G が不適切となる. Figure 3.3 に, 平均光電子数と増幅率のプロットを示す. この図から平均光電子数が 10 以上になると結果が安定することがわかる. この表で, 有意なデータは, LED の電圧が 4.10 V 以上なので, 4.10V 以上の増幅率 G の平均値を取ると,

$$G_{\mathrm{mean}} \simeq 7.02. \tag{3.5}$$

を得る.

3.4 α range measurement experiment by using Plastic Scintillator

3.4.1 Setup

ここでは, α 線のピークを見つけ出すことを目的とする. 今回の測定には, プラスティックシンチレータを用いる. プラスティックシンチレータは放射線を光に変換する働きがあるため, α 線による影響を, より大

Table 3.1: Mean Sigma Method

LED voltage[V]	fitting	Mean	Pedestal	Sigma	$< a >$	$< n >$	Gain[ADC/Photon]
3.85	80-86	84.72	77.33	3.832	5.96	2.419031	2.463796
3.90	81-87	84.72	77.33	5.285	7.39	1.955235	3.779597
3.95	85-100	92.51	77.33	11.93	15.18	1.619059	9.375817
4.00	95-120	107.8	77.33	15.25	30.47	3.992135	7.632507
4.05	110-145	128.1	77.33	18.55	50.77	7.490721	6.777674
4.10	140-180	160.4	77.33	24.06	83.07	11.920574	6.968624
4.15	180-235	207.4	77.33	30.33	130.07	18.391174	7.072414
4.20	240-350	293.3	77.33	38.94	215.97	30.760611	7.020992

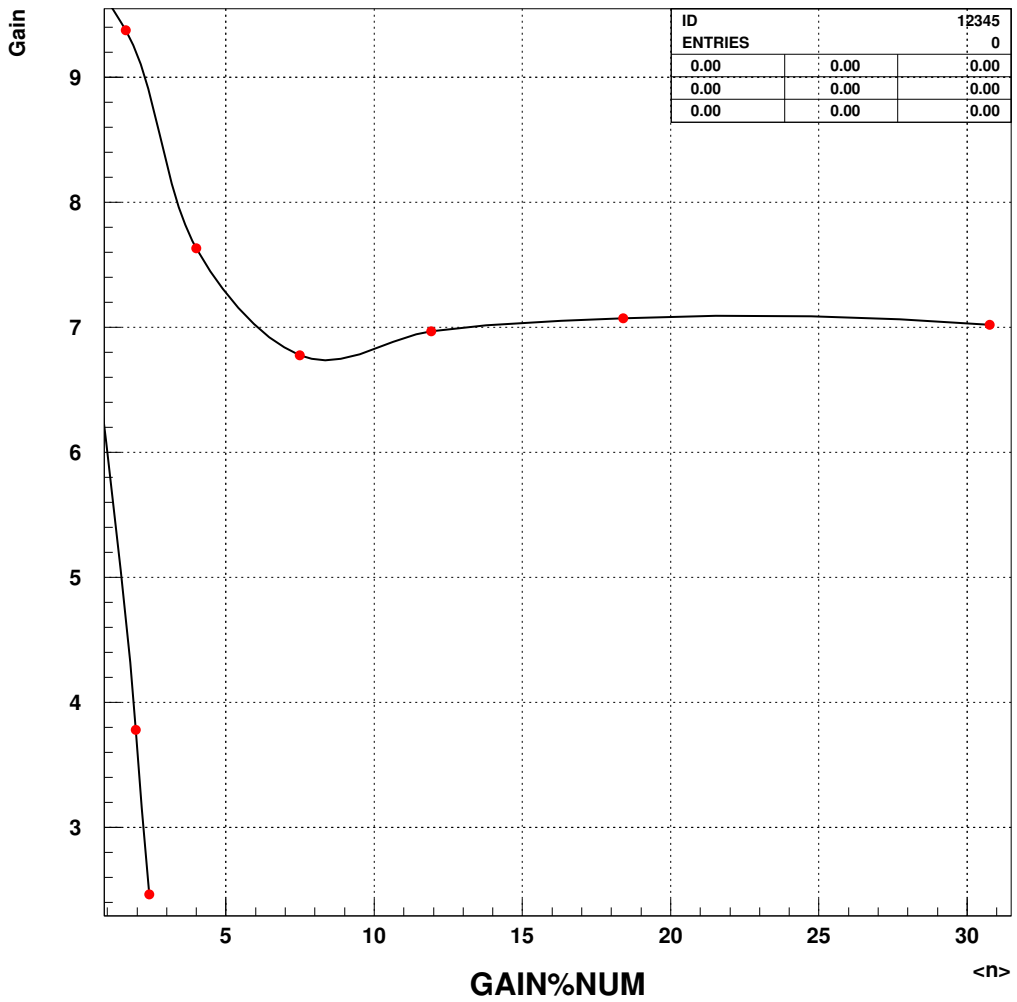


Figure 3.3: Gain(G)- Mean Photoelectron($< n >$) Graph.

きくすることが可能である.
また, 今回の測定で α 線のピークを発見することができれば, そこから求められる α 線の運動エネルギーの損失を求めることができ, Bethe-Bloch の式との比較をすることができる.
以下に, 今回の実験での概略図を示す.

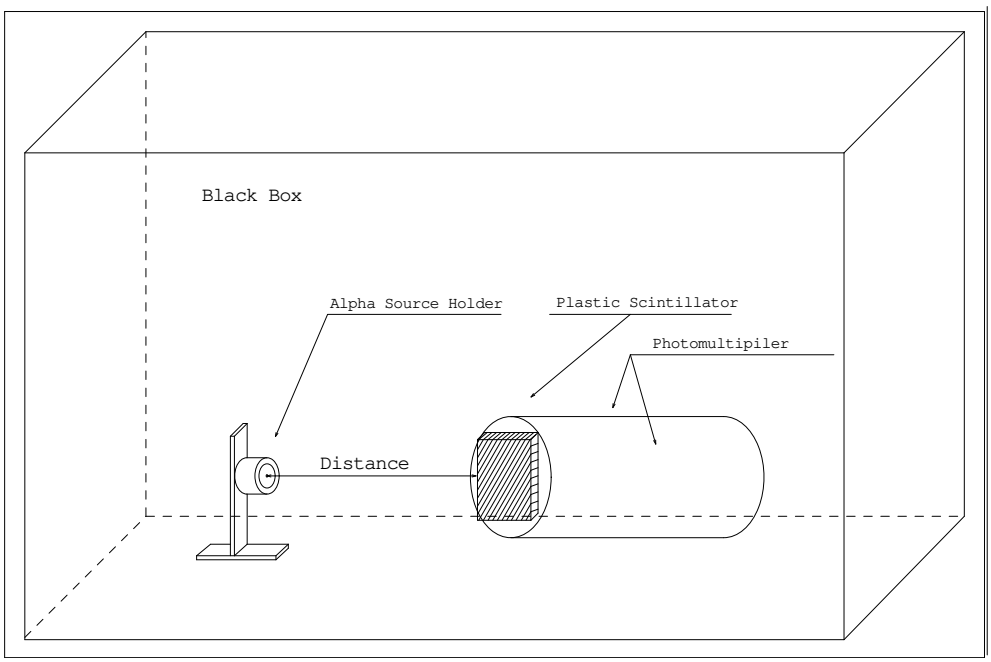


Figure 3.4: Plastic Scintillator tag setup

図 3.6 について述べる. まず, α 線源はソースホルダーの中心にあるため, 光電子増倍管の高さと一致させる必要がある. そこでアルミニウム板で固定している.
また, 光電子増倍管は 2 つ用意した. これは, 一方の光電子増倍管が光を検出した時をトリガにするためである.

3.4.2 Experiment

今回の実験の目的は, プラスティックシンチレータを用いて放射線を強い光に変換し, α 線を Tag することにある. また, ピークが確認できれば, そのピークの平均値より, 光子数を確認できる. 光子数がわかれば, エネルギー損失の程度を知ることができるので, エネルギー損失を表現する Bethe-Bloch の式と比較することを目的とする. 次に, 実験の手順について説明する. ここで, α 線源を入れずに測定を行っている理由は, 光電子増倍管の安定性を確認するためである.

1. Discriminator の Threshold Level を 10 mV に設定し, Gate の幅を 80 ns , それぞれ光電子増倍管に 1800V の電圧を与える
2. LED 較正
3. α 線を入れずに測定: 2 分
4. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 0 mm: 2 分
5. α 線を入れずに測定: 2 分

6. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 5 mm: 2 分
7. α 線を入れずに測定: 2 分
8. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 10 mm: 2 分
9. α 線を入れずに測定: 2 分
10. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 15 mm: 2 分
11. α 線を入れずに測定: 2 分
12. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 20 mm: 2 分
13. α 線を入れずに測定: 2 分
14. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 25 mm: 2 分
15. α 線を入れずに測定: 2 分
16. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 30 mm: 2 分
17. α 線を入れずに測定: 2 分
18. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 35 mm: 2 分
19. α 線を入れずに測定: 2 分
20. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 40 mm: 2 分
21. α 線を入れずに測定: 2 分
22. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 45 mm: 2 分
23. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 60 mm: 2 分
24. α 線源とプラスティックシンチレータの距離 80 mm: 2 分

3.4.3 Analysis

この実験を行った結果, 以下の図を得た. ここで Figure 3.5 は Single Photon を, Figure 3.6 は得られた結果である. 今回の場合では $G = 85.07 - 78.54 = 6.53$, すなわち 1 Photon あたり 6.53 ADC カウント相当と言うことができる.
Figure 3.6 より, α 線によるシンチレーション光を確認できた. また, α 線は 約 4cm 進んで運動エネルギーを失い, 止まるので Figure 3.6 とほぼ一致している.
ここで α 線のシンチレーション光のピークを確認できたので, それぞれの成分の中でピークのみのデータを, ソフトウェア的にカットして作る. ソフトウェア的にカットして得られたデータの平均値と $G = 6.53$ から Photon 数がわかる. したがって, Photoelectron 数と α 線源とプラスティックシンチレータの距離を直線で fit すると, その傾きから $\frac{dE}{dx}$ を見積もることができる. 以下にその結果を示す.
ここで, これらの結果の平均値を G で割ったものである, Photon 数を Table 3.2 に示す. また, Table 3.2 で得られた表から, Figure 3.9 のように, 直線で最小二乗法を用いて fitting した. ここで, $dx = 0$ の Photoelectron

数 が 5.4 MeV であるという重みをつけると, $\frac{dE}{dx}$ を求めることができる.[5]まず, 到達距離を求める. 到達距離は, 一次関数であることを利用して, 以下のように求めることができる.

$$\begin{aligned} x_{\max} &= \frac{219.76}{5.8814}, \\ \frac{dE}{dx} &= -\frac{\alpha_k}{x_{\max}} x + \alpha_k. \end{aligned} \tag{3.6}$$

これを計算して

$$\frac{dE}{dx} \simeq 144.5[\mathrm{keV/mm}]. \tag{3.7}$$

を得る.

Table 3.2: Mean-Photon Table

dx	Mean	Photon
0	1414	216.54
5	1239	189.74
10	1057	161.87
15	8792	134.64
20	6920	105.97
25	4833	74.01
30	247.2	37.86

3.4.4 Discussion

Figure 3.7, 3.8 より, α 線の影響によるシンチレーションを確認できた.

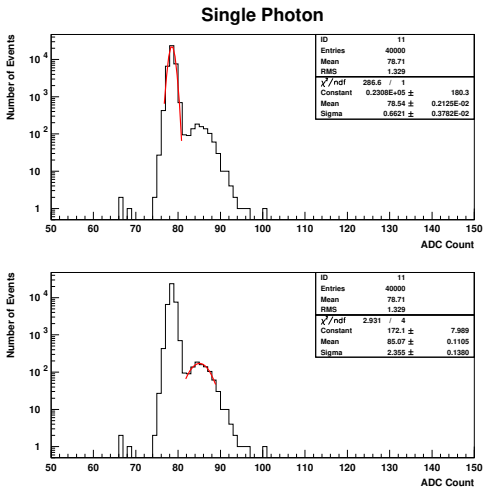


Figure 3.5: LED Calibration

[5]ただし, これは β が一様であるという仮定をつけなければならない.

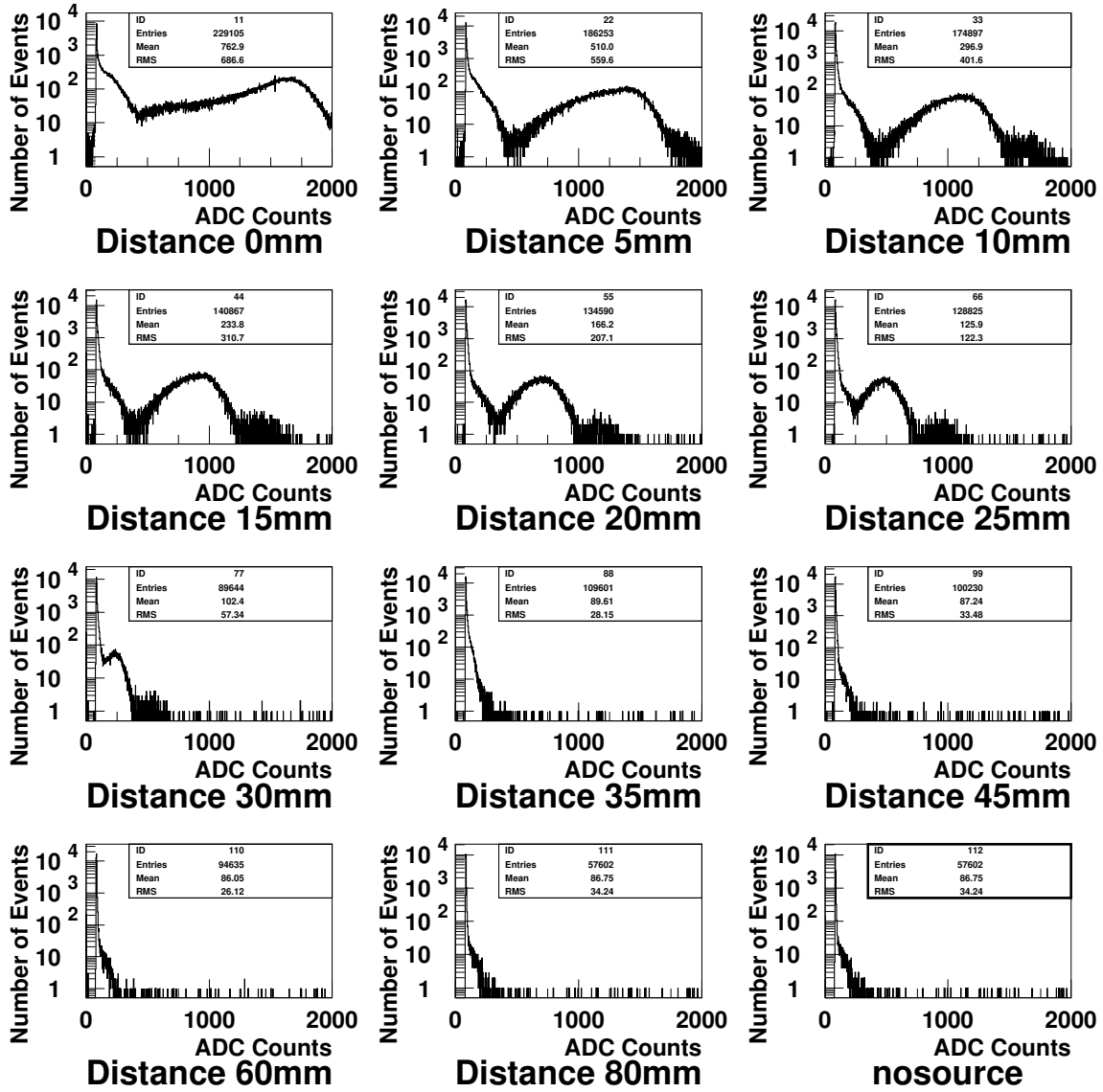


Figure 3.6: Distance from PMT Equipped Plastic Scintillator. This figure shows α-particle achieves 35 mm$\sim$45 mm.

また, この結果によりそれぞれのピークの平均 ADC カウントと, 較正結果から, 距離と Photon 数の対応関係が明らかになった.

さらに, 距離と Photon 数の対応関係から実験で求めた α 線のエネルギー損失を求めることができた. Bethe-Bloch の式を求めて計算した見積もりは, 式 (2.30) より

$$\frac{dE}{dx} = 1.38[\mathrm{MeV/cm}]. \tag{3.8}$$

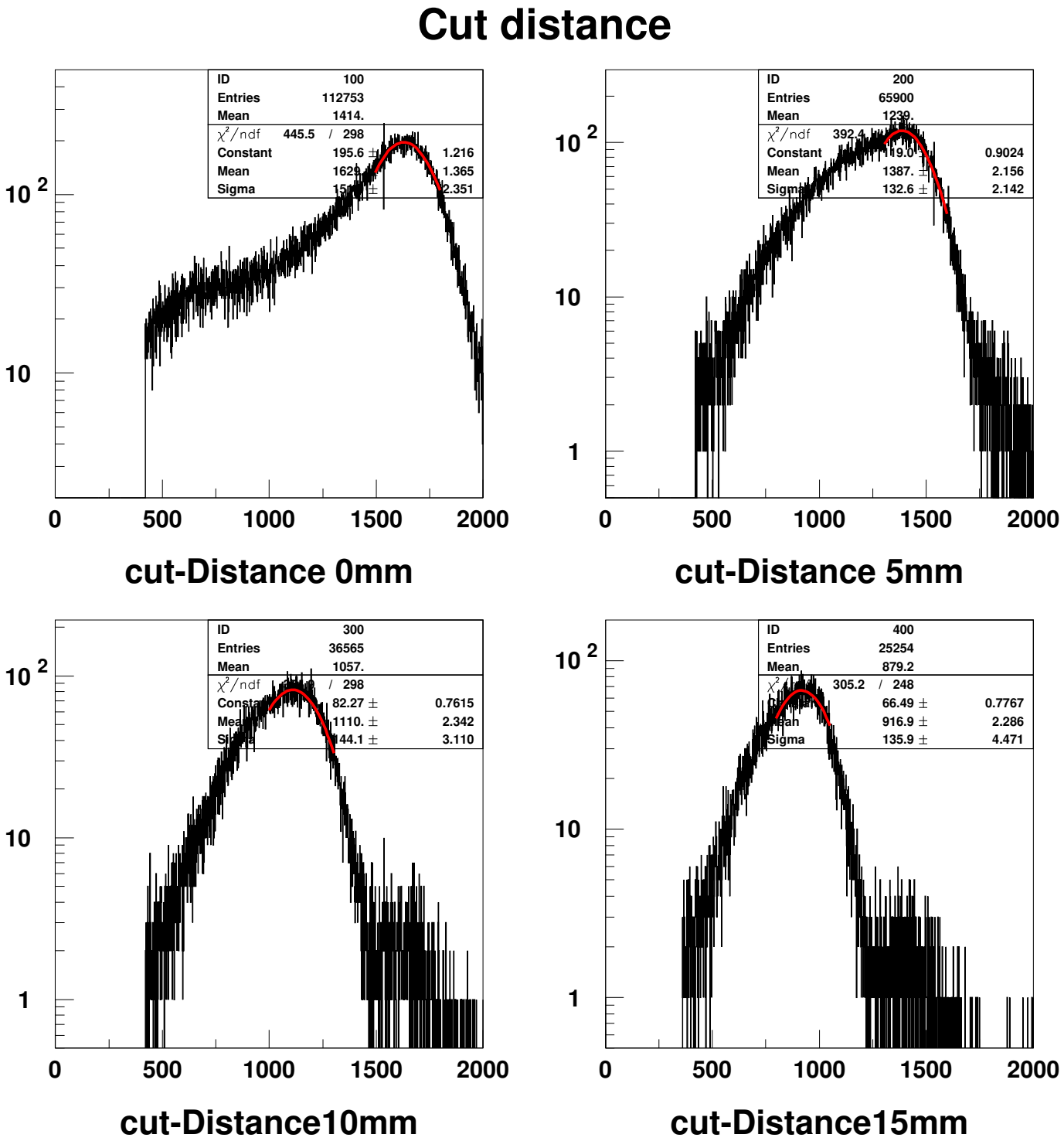


Figure 3.7: Distance from PMT Equipped Plastic Scintillator (fitting0-15mm)

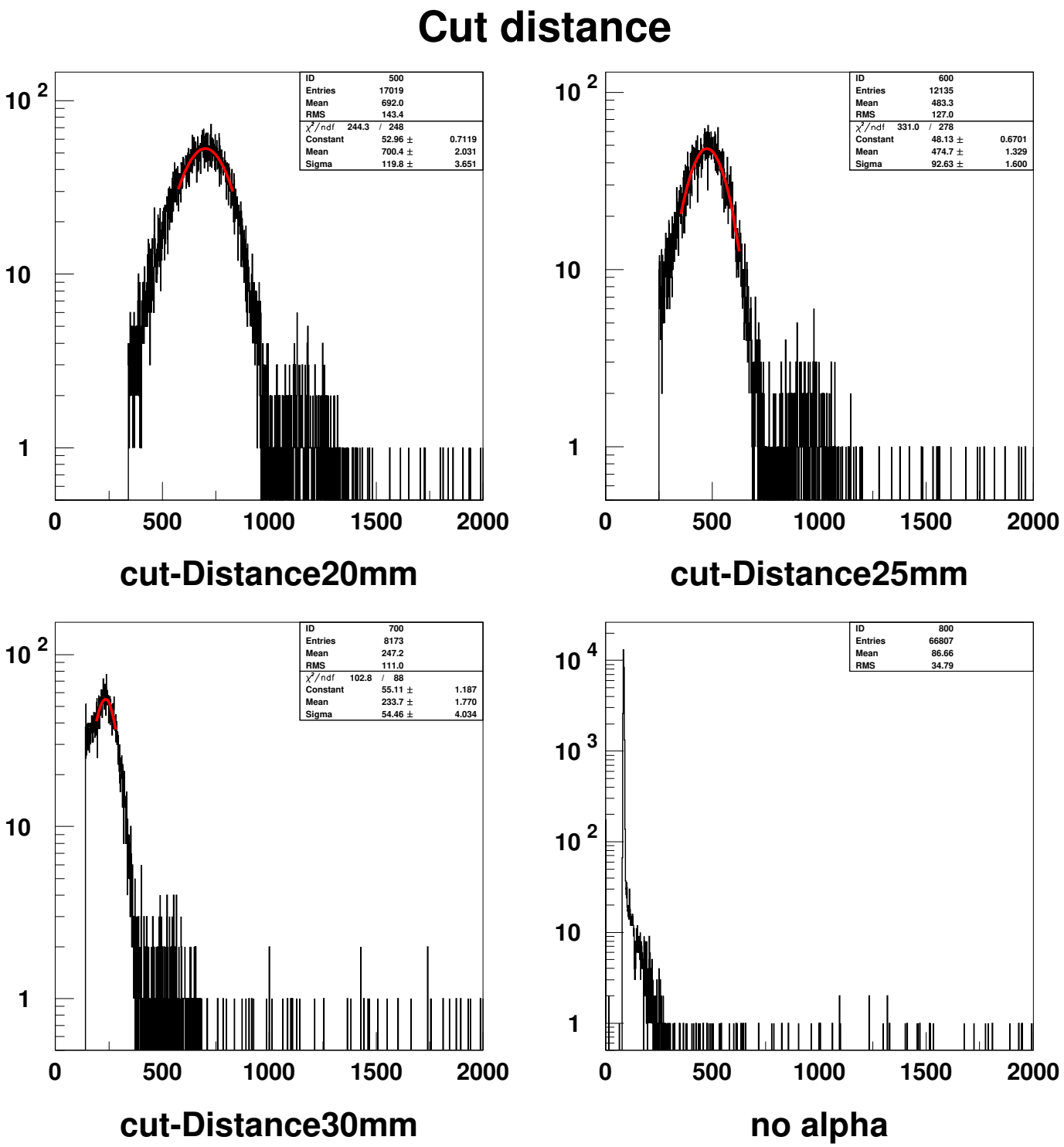


Figure 3.8: Distance from PMT Equipped Plastic Scintillator (fitting20-30mm)

実験で得られたエネルギー損失は, 式 (3.7) より

$$\frac{dE}{dx} = 1.45[\mathrm{MeV/cm}]. \tag{3.9}$$

であるので, ほぼ一致させることができた.

3.5 Scintillation measurement experiment without tagging

3.5.1 Setup

ここでは, α 線の発光を検出するために用いたセットアップについて述べる. Figure 3.10, 3.11 に, その概観を示す. セットアップの材質はステンレスでできており, その内部を黒い塗料を付着させている. これはシンチレーション光の反射を防ぐために付けた. また, フランジからの光漏れや空気漏れを防ぐために O リングをとりつけた. また, α 線源と光電子増倍管の距離を可変にするために, ゲージポートを取り付け, 遮光状態を保ちながら α 線源と, 光電子増倍管との距離を変更することができる.
他に, 実験容器にはスウェージロック機構があり, 遮光状態を保ちつつ気体の注入や吸引が可能である.

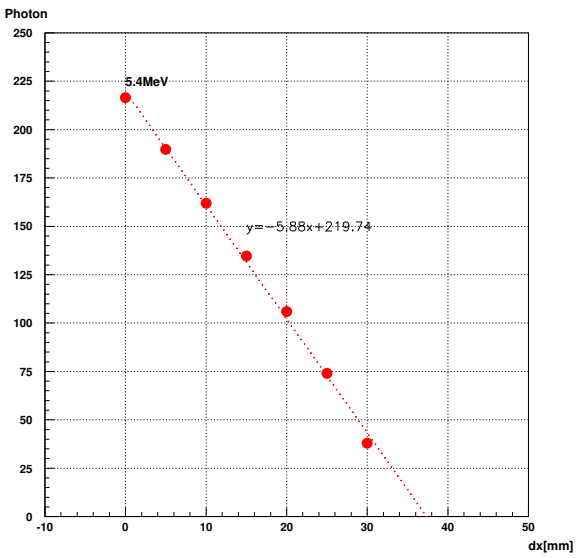


Figure 3.9: Mean Photon Graph. This figure shows α-particle loss its $kinetic$ Energy about 40mm

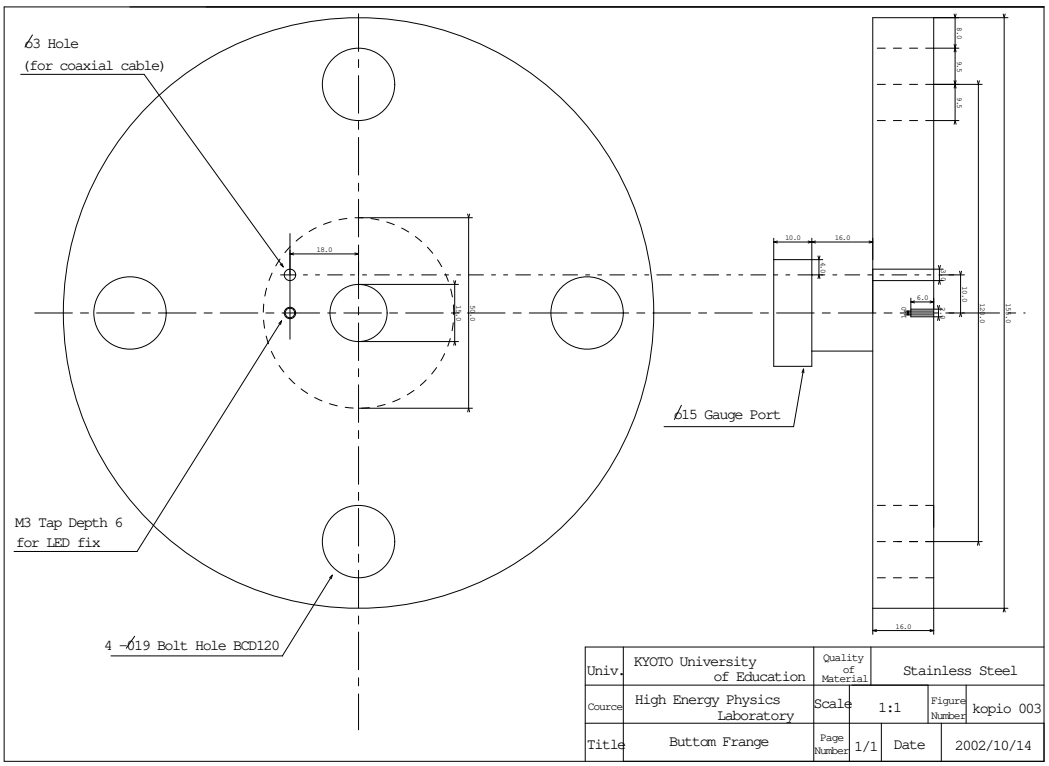


Figure 3.10: Frange1

3.5.2 Experiment

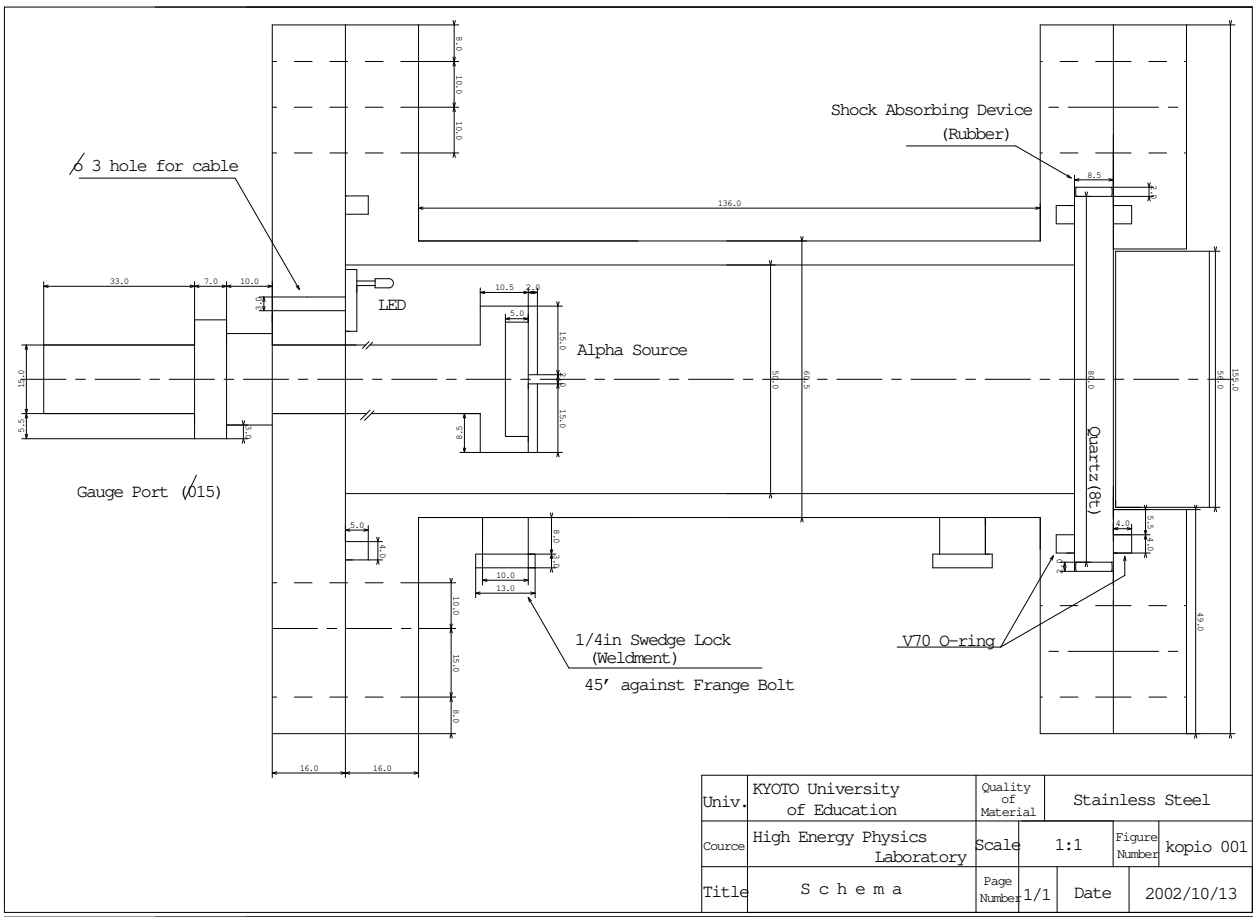
α 線は, N_2 でシンチレーション光を発することが知られている. この実験では, 空気は N_2 を約 80%含むので N_2 よりも少なくなるが, 8 割程度の光量は確保できるという仮定のもとで行う. また, シンチレーションとは, 入射粒子が周りの物質を励気させることから起こると考えているため, 真空状態では, 光らないことを見込む.
したがって, 今回の実験の目的として以下を挙げる.

i. α 線起因の N_2 シンチレーション光の発見

ii. 真空状態でのシンチレーション光の未発見

回路は Figure 3.12 の様に設計した. この実験の回路構成は Self Trigger と呼び, 光電子増倍管そのものをトリガにしているため, 同期を合わせるために Delay が必要となる.
以下に実験手順について列挙する.

1. Discriminator の Threshold Level を 10 mV に設定し, Gate の幅を 80 ns , α 線源と, Quartz 板との距離を 40 mm に調節する.
2. α 線源を入れないで,20 分 : 1atm
3. α 線源を入れて, 20 分 : 1atm
4. α 線源を入れて, 20 分 : 0atm
5. α 線源を入れないで, 20 分: 0atm
6. 2. - 5. を繰り返す.



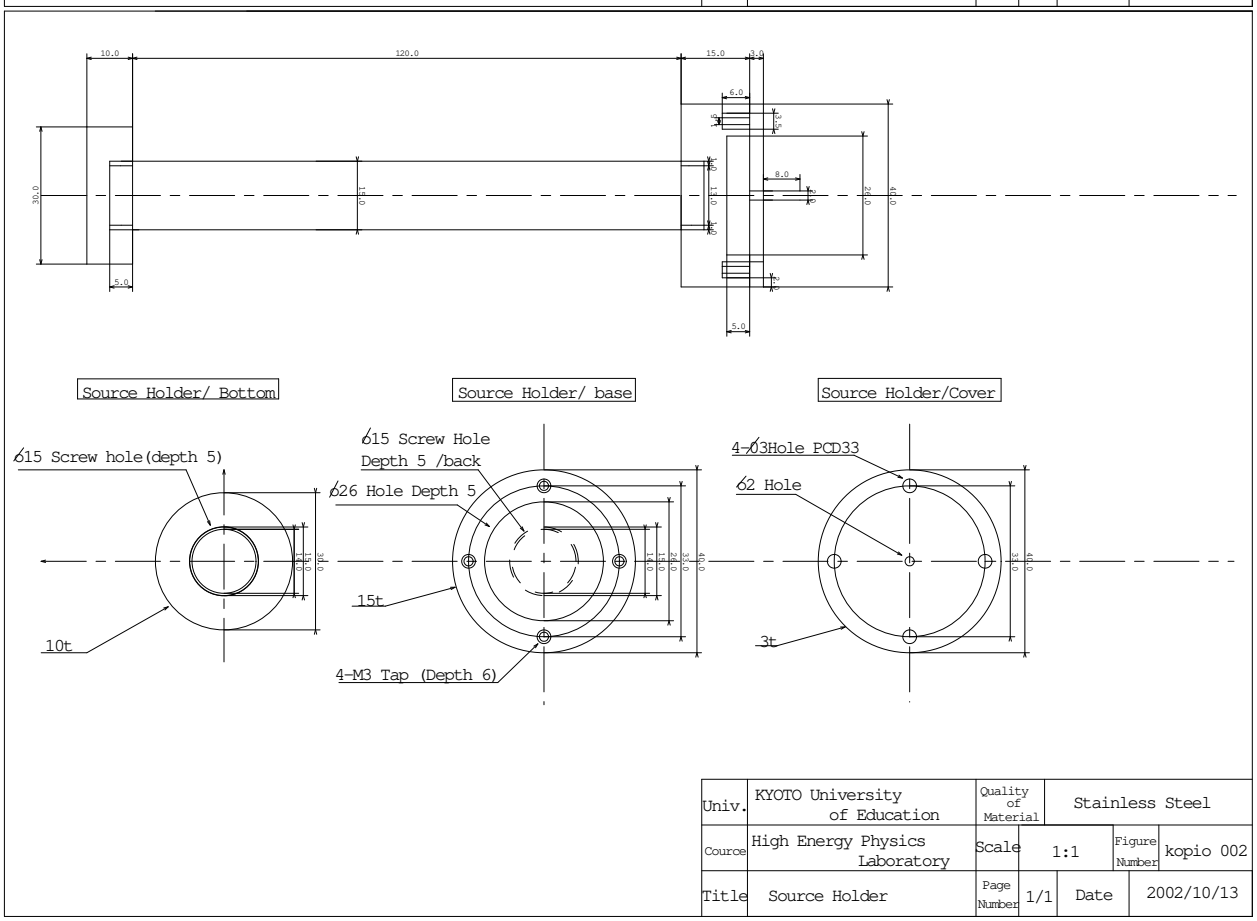


Figure 3.11: Schema

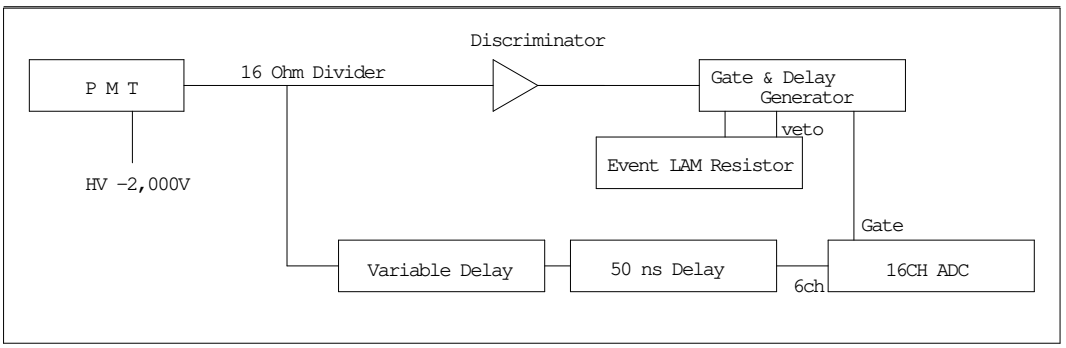


Figure 3.12: Self Trigger 20minutes HV -2000V Threshold -10mV

3.5.3 Analysis

この実験を行った結果, 以下の表を得た.

Table 3.3: Pressure run Scaller Hit 20 minutes

_	with α 1atm	without α 1atm	with α 0atm	without α 0atm
1st Run	446,310	288,679	375,887	230,642
2nd Run	438,524	235,024	385,019	236,388

ここで. Table 3.3 の数値はゲートが開いた個数に等しい. この表から, 圧力に関係なく, α 線が起因するシンチレーション光を発していると考えられる. しかし, 予想される光量であるかを確かめるために以下に示すヒストグラムで確認する.

Figure 3.13 は, 圧力状態に対するデータを, α 線の有無について求めたものである.

ここで, 1 列目は大気圧を, 2 列目は真空の状態を示している. また 3 行目のヒストグラムは, α 線源が入っている状態である 1 行目から, α 線源が入っていない状態である 2 行目のヒストグラムをソフトウェアで引き算をした. したがって, 3 行目のヒストグラムは α 線の影響によるシンチレーション光のみのヒストグラムと言うことができる.

3.5.4 Discussion

Figure 3.13 より, 圧力に関わらず α 線源を入れることで, 光電子増倍管の反応に影響があることがわかった. ここで, 真空の状態でも光量が増える問題については, α 線がエネルギーを失わず光電子増倍管付近の Quartz 板を叩くことが原因だと考えられる.

また, ソフトウェア的なカットにより, ピークを確認できた. しかし, Figure 3.13 で得たすべてのヒストグラムのピークは, ペデスタル領域である 70-80 ADC Count 程度ではない. したがって, 今回得られたピークは, ペデスタル領域からのなだれこみによって作られたものであると考えられる.

したがって, この実験では α 線のピークを確認することができなかった. そこで, プラスティックシンチレータを用いて α 線を Tag することで, N_2 シンチレーションのピークを発見することを, 課題とする.

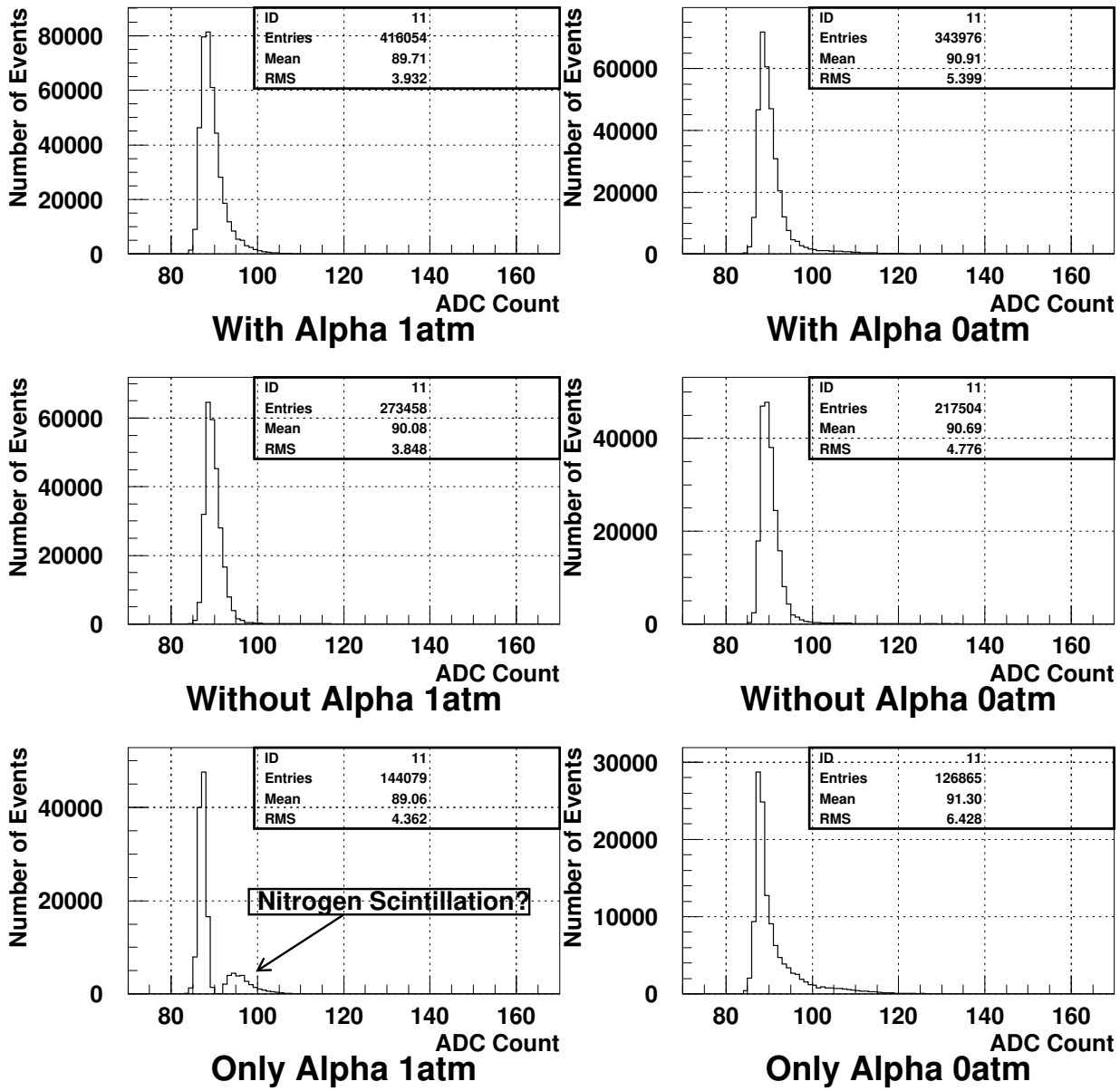


Figure 3.13: α-particle histogram

3.6 Nitrogen Scintillation Measurement in the Air Tagged by Plastic Scintillator

3.6.1 Setup

ここでは, プラスティックシンチレータをトリガにして, α 線を Tag する実験を行う. 以下に概要を示す.

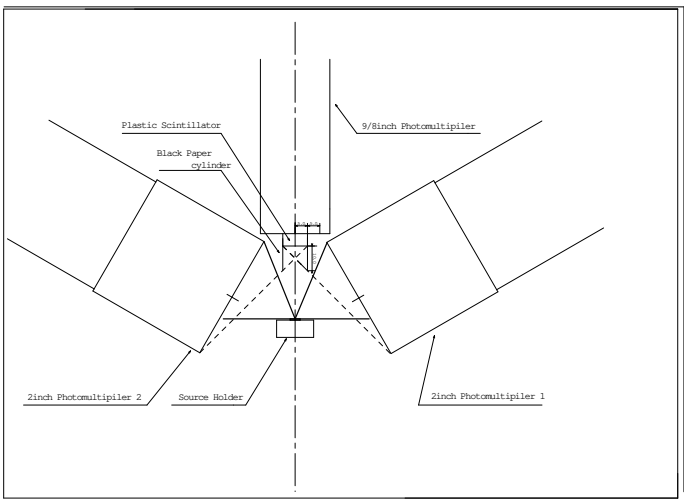


Figure 3.14: α-particle Tag Project -plastic scintillator-

ここで, Figure 3.14 について述べる.
まず, プラスティックシンチレータでトリガするためのプラスティックシンチレータ付きの光電子増倍管を用意した[6]. このトリガ用の光電子増倍管は小さければ, 検出用の光電子増倍管が α 線の飛跡に近付ける. また, トリガ用のプラスティックシンチレータの発光が, 検出用の光電子増倍管へ向かわないために, プラスティックシンチレータの周りを黒紙で円形に覆った. ここで, 黒紙の深さは, 検出用の光電子増倍管の立体角がより大きくできるところに調節した. これによって, プラスティックシンチレータからの発光は, 検出用の光電子増倍管には向かわないようにした.
また, 今回の実験より N_2 を用いる. そこでセットアップは前節と同様に暗箱の中に入れ, その中に N_2 を流し込む. 次に, 実験手順について述べる.

3.6.2 Experiment

N_2 シンチレーションを確認するには, プラスティックシンチレータ付きの光電子増倍管ををトリガにして, その発光が届かない光電子増倍管で検出すれば良い. 今回の実験の目的として以下を挙げる.

i. プラスティックシンチレータをトリガにした N_2 シンチレーションの発見

ii. 距離の変更に対する振る舞いを調べる

Figure 3.15 に実験に用いた回路図を示す.
次に実験の手順について述べる.

1. Figure 3.14 のように暗箱中に設置する.

[6] $1\frac{1}{8}$ インチ

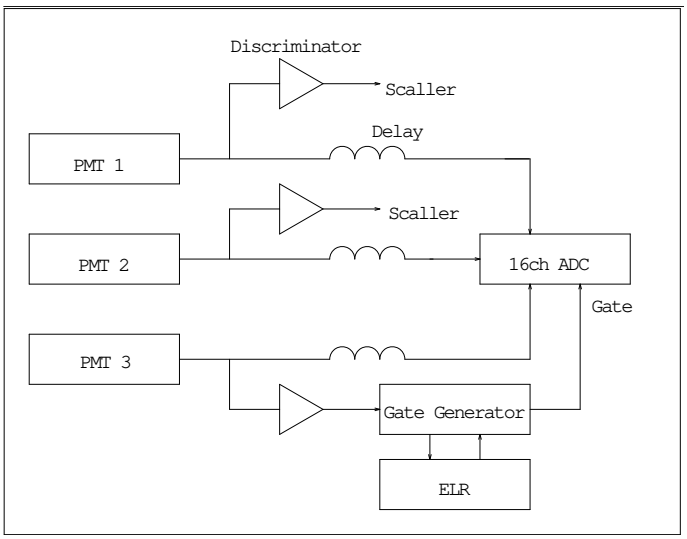


Figure 3.15: α-Tag Logic

2. それぞれの光電子増倍管の G が一致するように電圧を調節する. PMT1 が 2250V, PMT2 が 2450V, PMT3 が 1800V である.
3. プラスティックシンチレータ付き光電子増倍管の Discriminator の Threshold を 270mV に設定する.
4. 空気のデータをとる. 4000 イベント (Back Ground Check 用)
5. N_2 のデータをとる. 2000 イベント (Bach Ground Check 用)
6. N_2 を抜く
7. α 線源とプラスティックシンチレータまでの距離 15mm 4000 イベント
8. α 線源とプラスティックシンチレータまでの距離 20mm 4000 イベント
9. α 線源とプラスティックシンチレータまでの距離 25mm 4000 イベント
10. α 線源とプラスティックシンチレータまでの距離 30mm 4000 イベント
11. α 線源とプラスティックシンチレータまでの距離 35mm 4000 イベント

3.6.3 Analysis

まず, 空気のデータと N_2 の比較実験を行った. 結果を以下に示す. ここで, PMT1 は Figure 3.14 の左の光電子増倍管を, PMT2 は右側の光電子増倍管を, PMT3 はプラスティックシンチレータでトリガをかけた光電子増倍管を示す.
ここで, それぞれの右下の図は PMT2 と PMT3 の Scatter プロットであり, トリガ用の光電子増倍管と右側の検出用の光電子増倍管を同時にデータをとっている.
この Scatter プロットから, N_2 シンチレーションを確認できる. 結果として, Figure 3.16 は, 空気のデータであるため, シンチレーションの光量はペデスタルに埋もれているが, Figure 3.17 では, はっきりと N_2 のピークが確認できている.

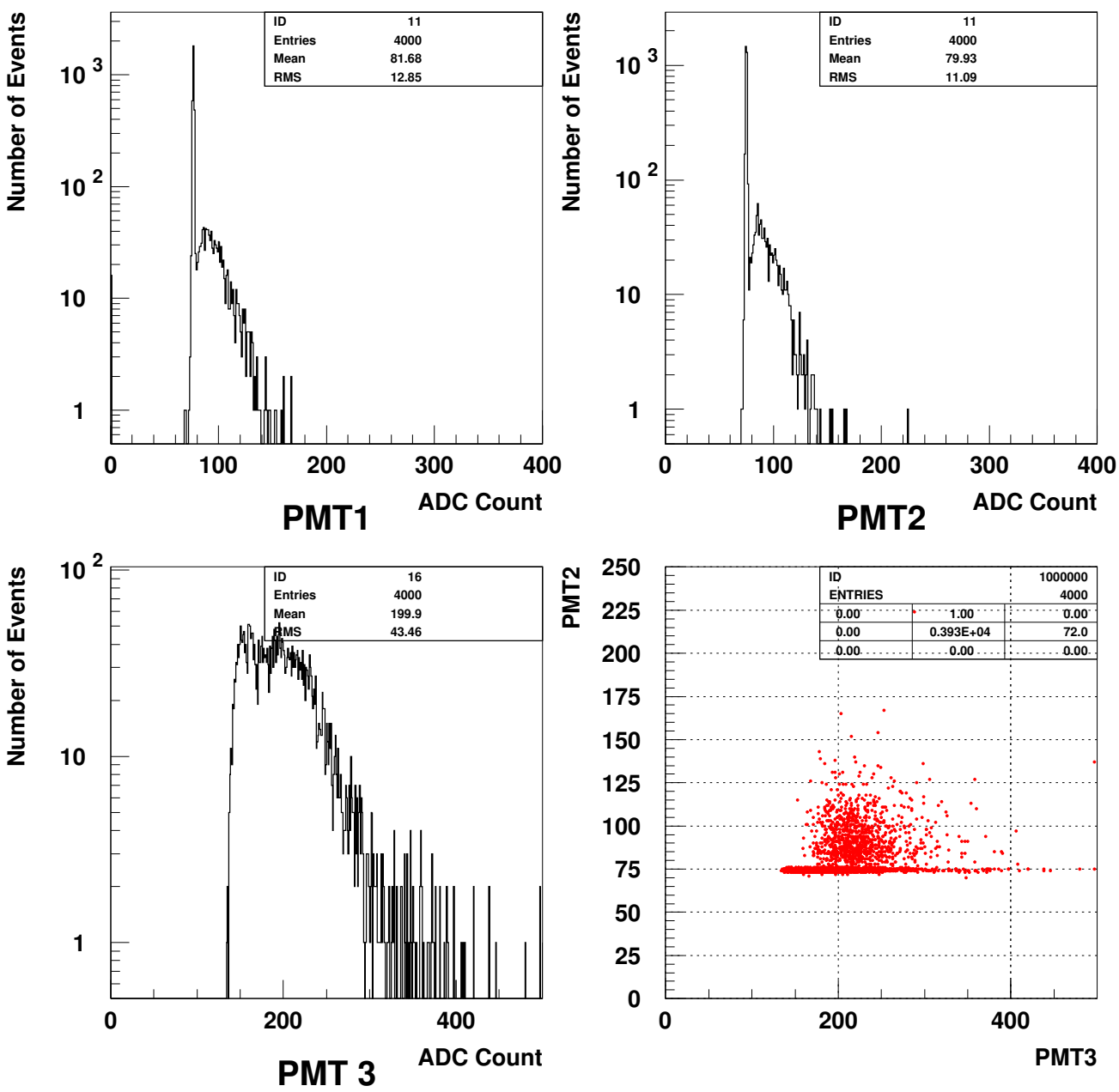


Figure 3.16: α Tag in Air

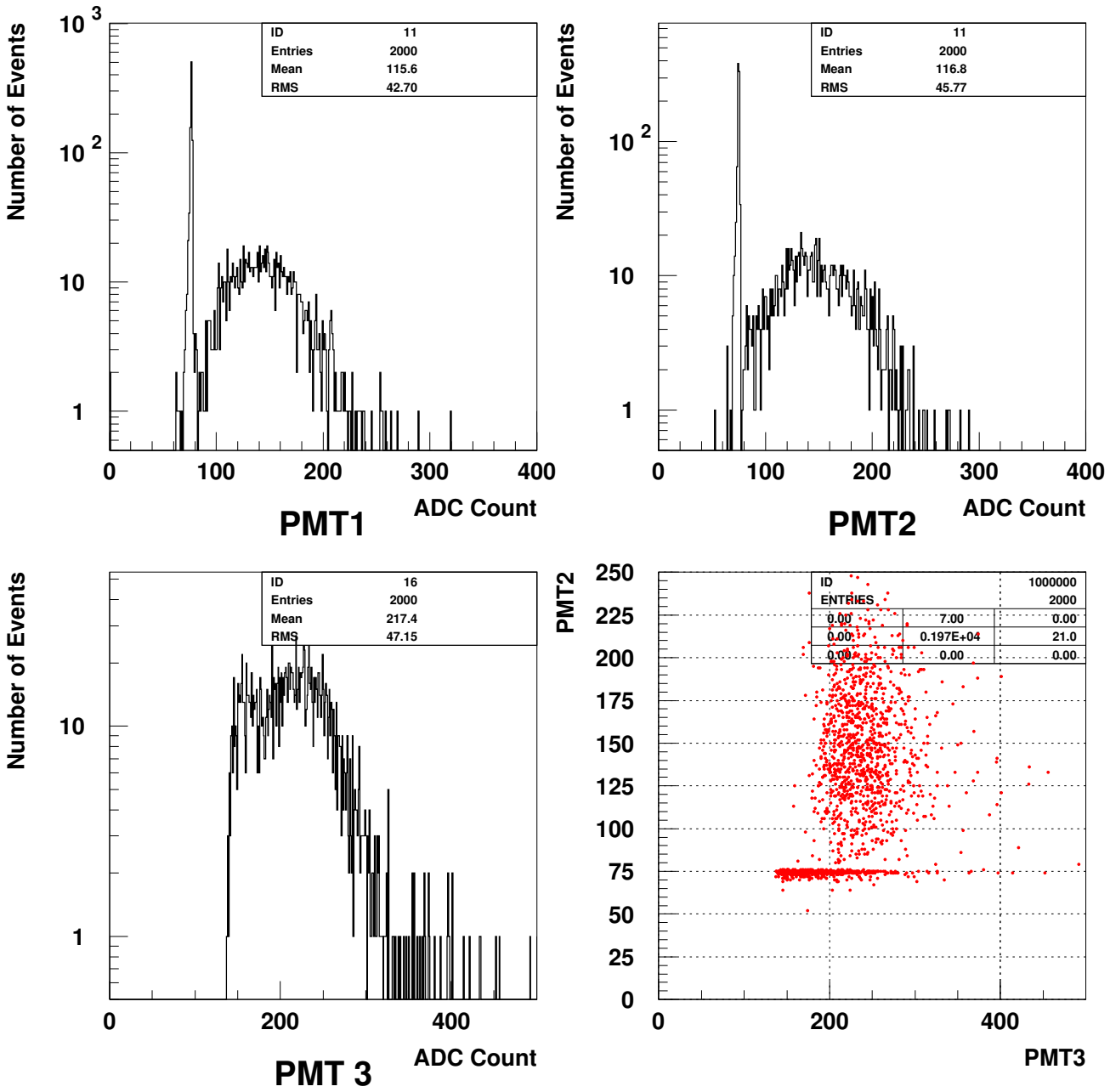


Figure 3.17: α Tag in N_2

これまでより, 25mm でのシンチレーション光の確認ができた. 次に距離の変化に対する空気中でのシンチレーション光の検出実験を行う. まず, α 線源を入れなかった場合のデータをとり, 徐々に α 線源と, トリガ用の光電子増倍管との距離を大きくしてデータを取る.

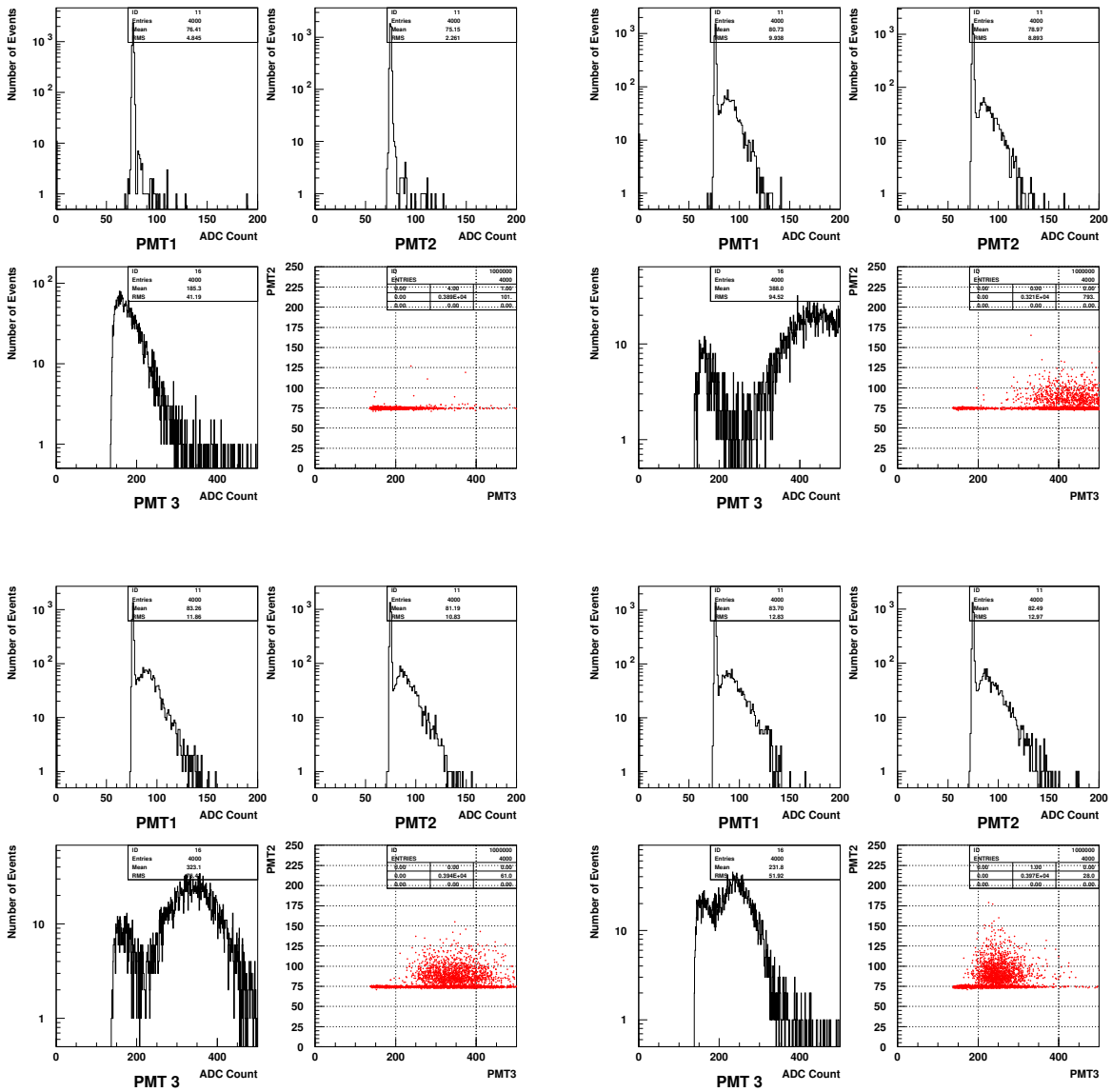


Figure 3.18: No α-particle and Distance 15mm, 20mm, and 25mm. This figure shows Nitrogen Scintilation varying its intensity depends on the distance.

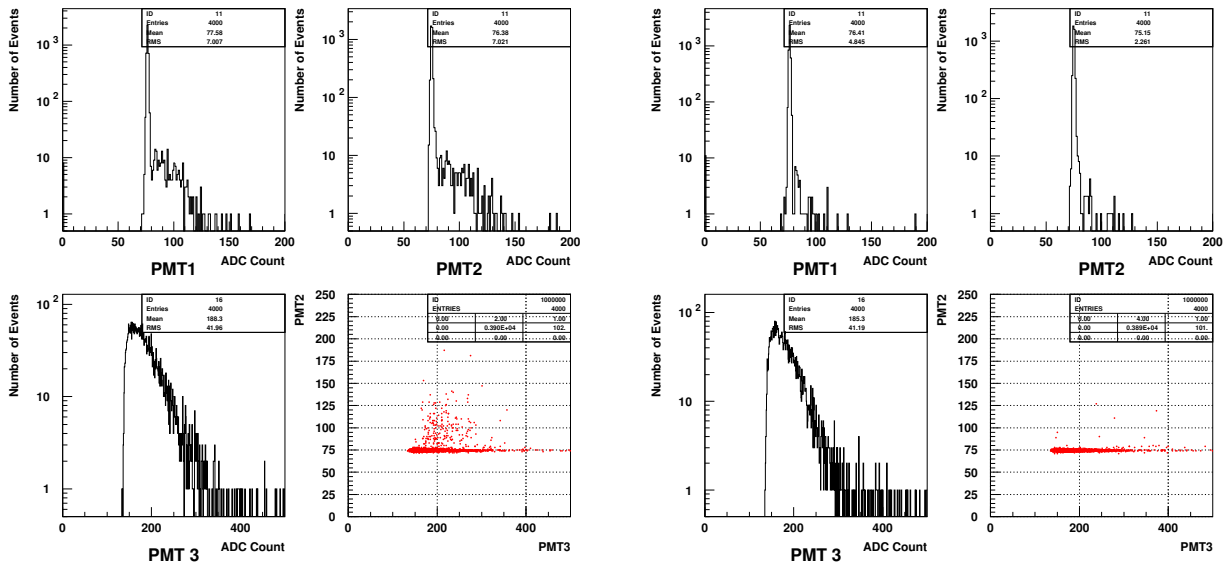


Figure 3.19: Distance 30mm, and 35mm

これらの結果より, α 線起因の N_2 シンチレーションを確認することができた. 特に, α 線源からの距離が 15mm から 30mm の場合に, シンチレーション光を確認できることがわかった.
そこで次に, PMT3 でのシンチレーションを確認するため, ソフトウェア的に PMT 2 でトリガをかけた場合の図を Figure 3.21 , 3.22 に示す. ここで PMT1 と PMT 2 は, 相補的にトリガをかけた図とともに示す.
ここで, Photoelectron 数は, ヒストグラムのピークの平均値 $\mathrm{ADC_{mean}}$ とペデスタルの値 $\mathrm{ADC_{pedestal}}$, および増幅率 G を用いると, 以下のように示すことができる.

$$Photoelectron = \frac{ADC_{\mathrm{mean}} - ADC_{\mathrm{pedestal}}}{G}. \tag{3.10}$$

それと同時に, 距離に対する Photoelectron 数の対応図を Figure 3.20 に示す.

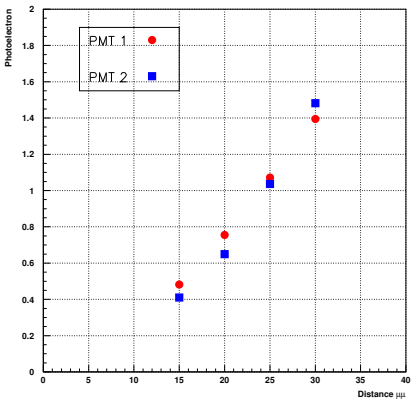


Figure 3.20: Photoelectron Distance from Source Graph

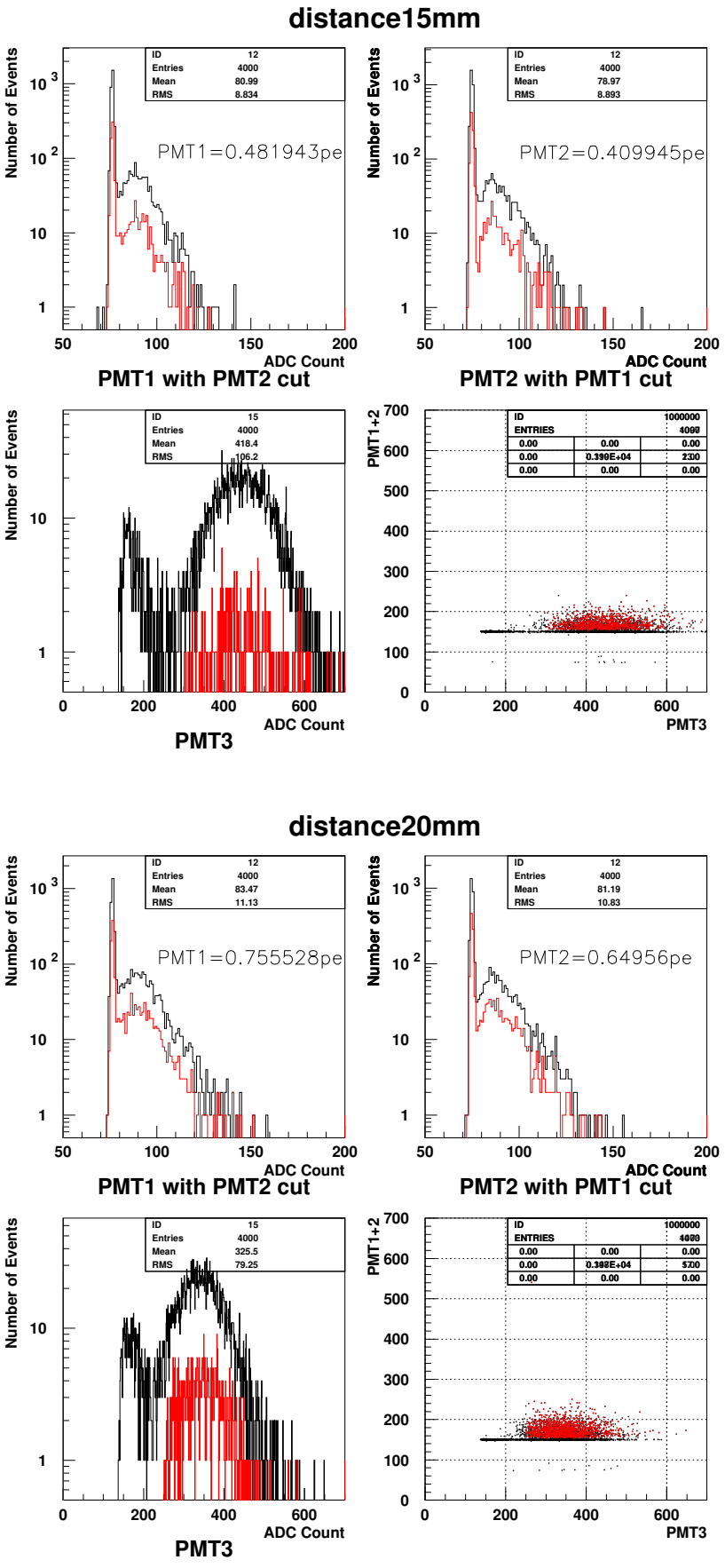


Figure 3.21: Distance 20mm, and 25mm

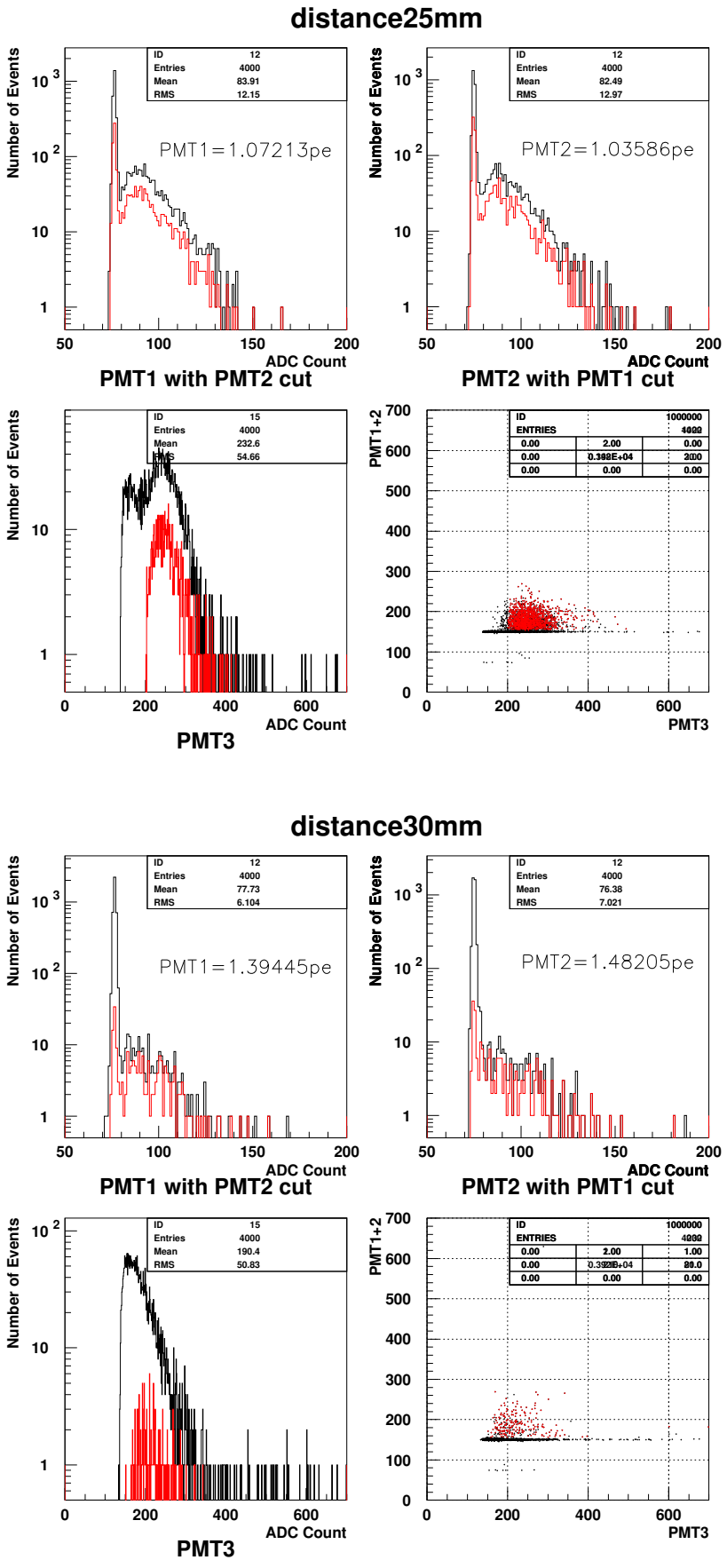


Figure 3.22: Distance 30mm, and 35mm

PMT3 と PMT1+2 の反応で, PMT3 の光量が大きい場合は, PMT3 にエネルギーが行く分 PMT 1 や PMT 2 ではあまり光量を得られないことが必要である. したがって, それぞれの Scatter プロットで, 負の相関関係が得れば良い. この実験結果では, 負の相関関係と断定することはできなかったが, 少なくとも, 正の相関関係ではないと言うことができる.
さらに, Figure 3.20 から, それぞれの距離に対する光電子数が分かるので, 光電子増倍管の光電面を叩く光子数を求めることができる.
光子数は, 距離ごとの等方的に放出する光子が光電面を叩く確率, 及び光電子数を $P(x)$, $p.e.(x)$, 光電子増倍管の量子効率を $q = 0.2$, 空気中での Quenching を $Q = 0.2$ とすると, 次のように示すことができる.

$$Photon = \frac{p.e.(x)}{qQP(x)}. \tag{3.11}$$

と示すことができる.
ここで未知のパラメタは $P(x)$ なので, Figure 3.14 のジオメトリでの $P(x)$ をソフトウェアでシミュレーションした. 結果を, Figure 3.23 に示す.

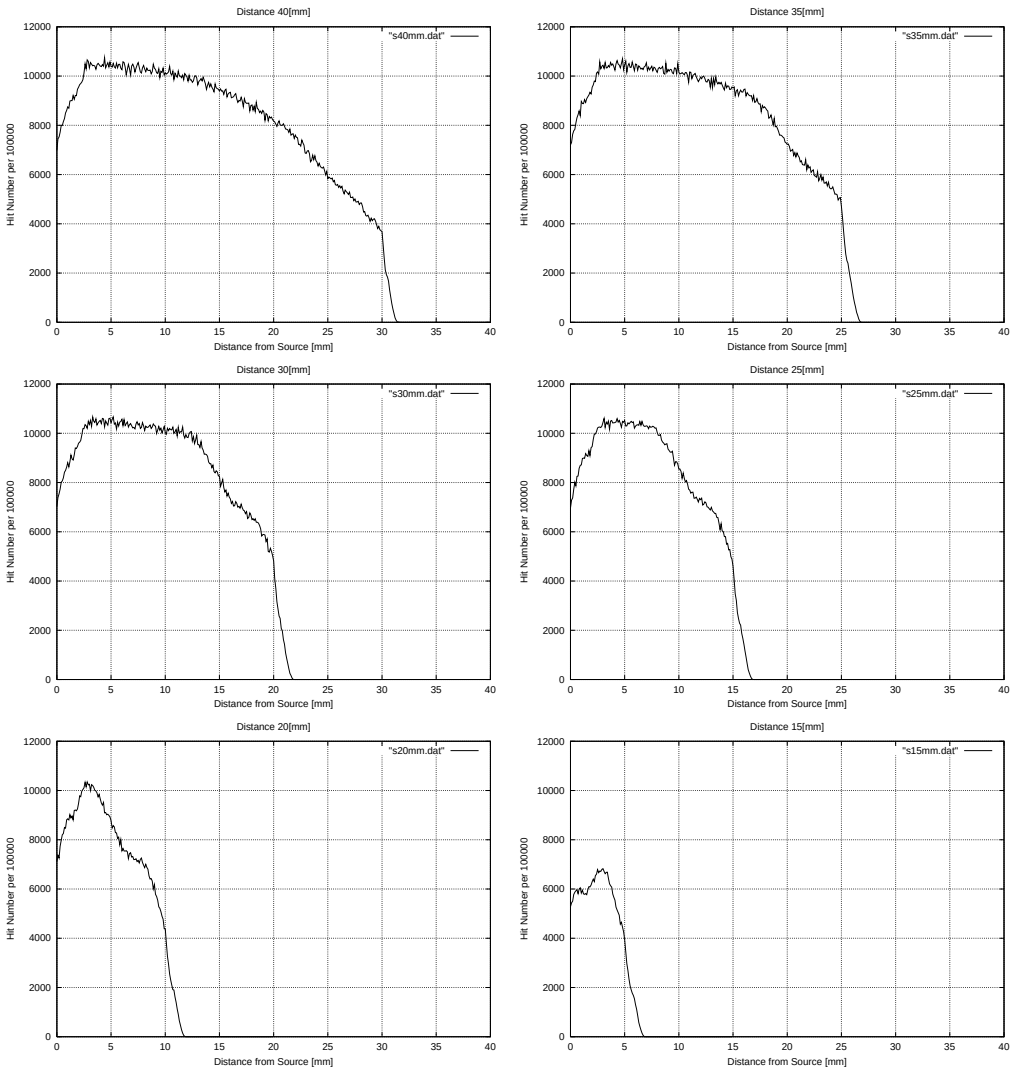


Figure 3.23: Mean Photon Estimation [Sold Angle]

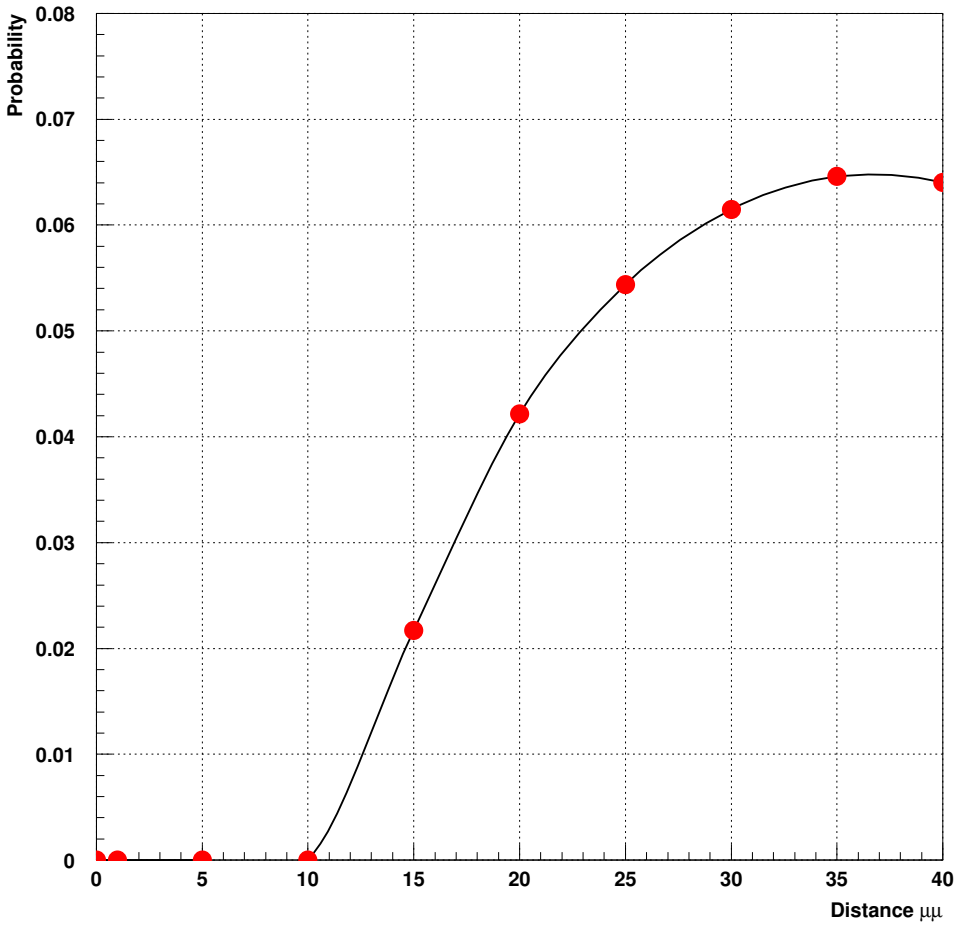


Figure 3.24: Mean Probability - dx Graph

Table 3.4: Mean Probability - Distance -

Distance from Source [mm]	Probability
40	0.0640121
35	0.0645826
30	0.0614823
25	0.0543758
20	0.0421504
15	0.0217082
10	0
5	0
1	0

ここで, Figure 3.23 は, それぞれの α 線源からの距離に対して, 0.1mm 間隔で, 10^5 プロット行った時の光電子増倍管を叩いたヒット数をカウントしている. したがって, Table 3.4 より, $P(x)$ がわかるので, それを適用し, 式 (3.11) へ適用すると, 平均光子数を求めることができる.

Table 3.5: Mean Probability - Distance -

Distance from Source [mm]	Probability
30	535
25	417
20	434
15	513

ここで, Table 2.3 より, 4.6MeV 中での Photon 数は 800 と考えられるので, 今回用いた ^{241}Am 5.4MeV では, 940 Photon 程度とする.
したがって, 予想 Photon 数の $\frac{1}{2}$ 程度であるが, オーダとして一致させることができた.

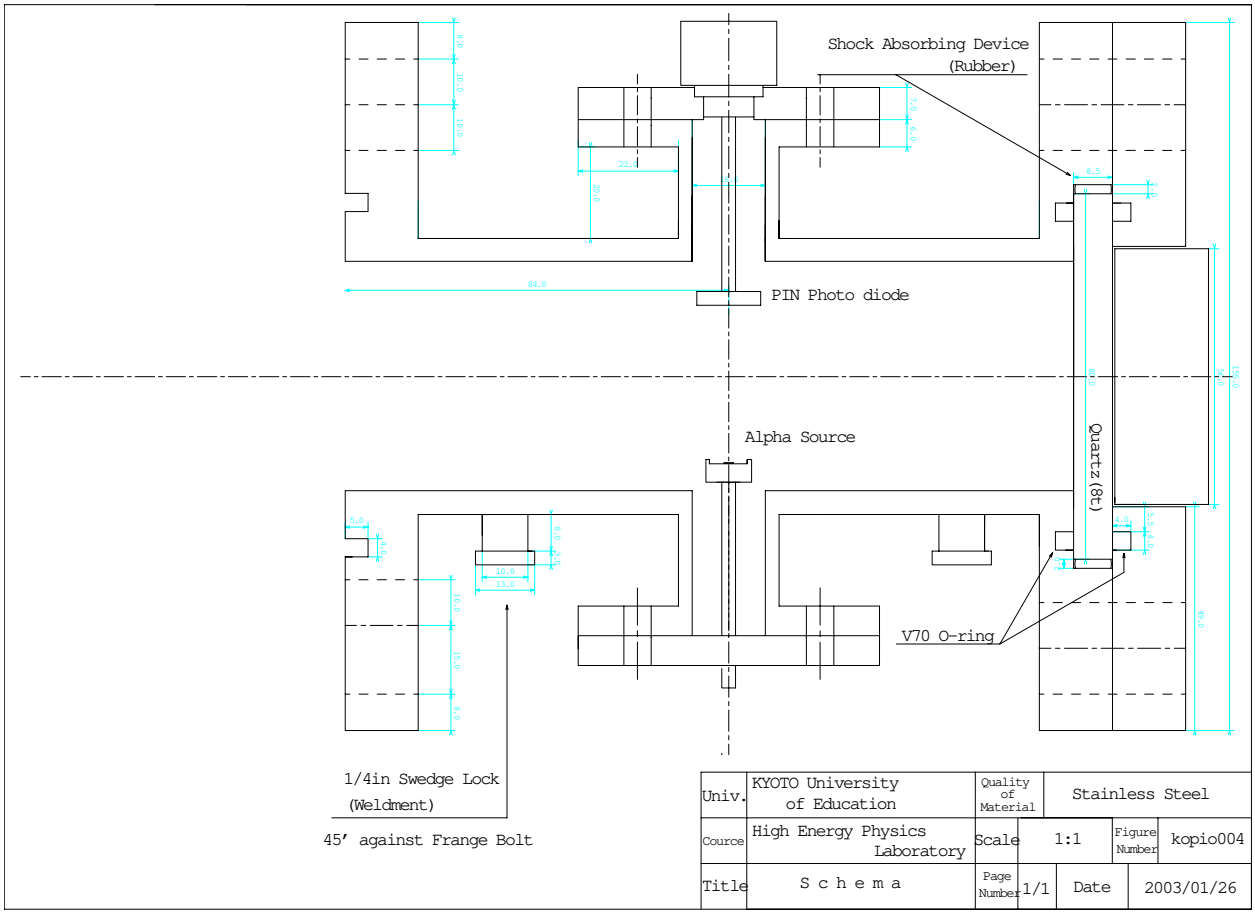
3.6.4 Discussion

これまでにより, N_2 起因のシンチレーション光を確認できた. 光電子増倍管を 3 本用意したことで, 相補的なトリガをかけることで, α-Tag の精度を大幅に上昇することができた.
次節では, より α 線の N_2 シンチレーション光の Tag を行うために, 半導体検出器を用いた α 線の Tag を行う.

3.7 N_2 Scintillation measurement by using Semiconductor Radiation Detector and New Cryostat

3.7.1 Setup

ここでは, 半導体検出器を用いた α 線の Tag の実験について述べる. 半導体検出器はプラスティックシンチレータと同様に, 放射線に反応する. しかし, 半導体検出器はプラスティックシンチレータと違い, 反応に対して光を放つのではなく, 電流を流す. したがって, 光電子増倍管のヒットに影響することなく, α 線を検出できる.
そこで, この半導体検出器をトリガにして光電子増倍管でシンチレーション光を測定する.
今回の実験では, 前に示した Figure 3.11 を, Figure3.25 のように, 改変した. この図では, 半導体検出器である PIN Photo Diode は固定し, α 線源の距離は可変であることを意味している.
実際の実験では, 光電子増倍管を 2 本用いる. 光電子増倍管の位置は, 一方は Quartz 板のそばに, また一方は左側に取り付ける.



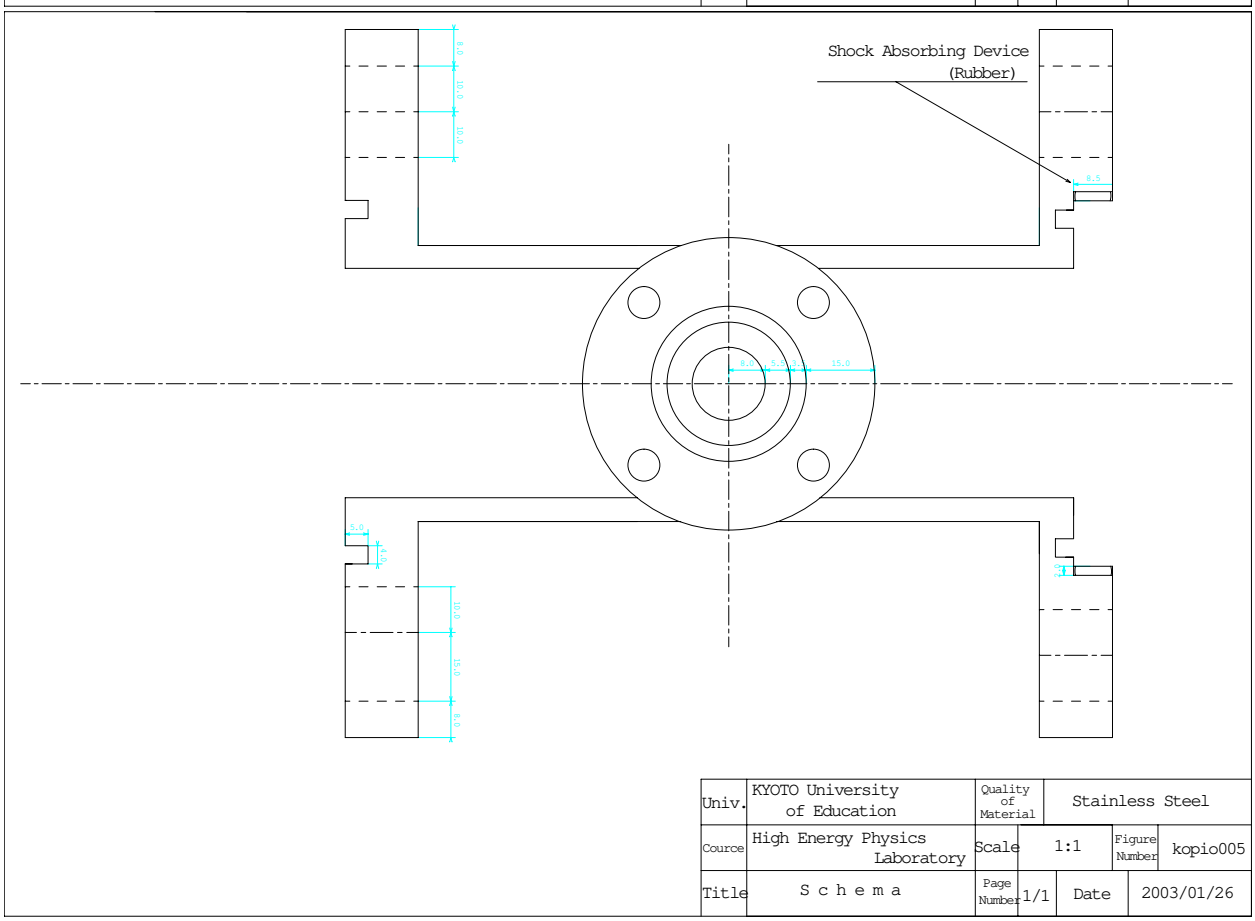


Figure 3.25: Improved Schema

3.7.2 Experiment

半導体検出器はプラスティックシンチレータと比較して, それ自身が発光しないため, α 線の Tag には非常に有効である.
以下に実験の目的を述べる.

1. Discriminator の Threshold Level を 10 mV に設定し, Gate の幅を 80 ns , それぞれ光電子増倍管に 2250V, 2450V の電圧を与える.

しかし, 半導体検出器はシェイピングタイムが μ sec オーダであるため極めて反応が遅い.
そこで, シグナル側に μsec オーダの delay を取り付ける. ところが, あまりもの大きな delay のためにシグナルが弱くなるので, アンプで増幅して, ATTENETOR で調節する. ここで, ATTENETOR は 20dB とする. また, 回路図を以下に示す.

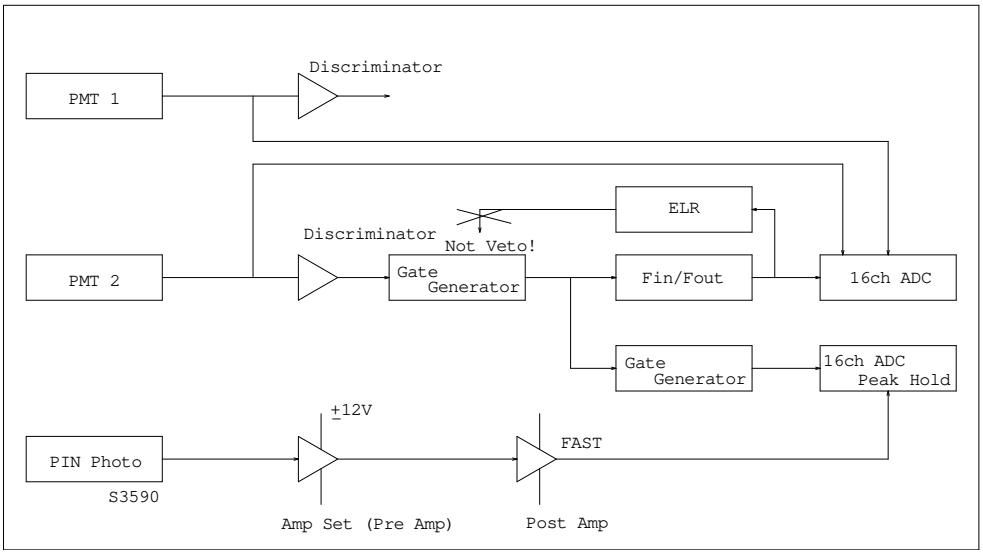


Figure 3.26: α-particle Tag Project -plastic scintillator-

実験では, PIN Photo Diode は移動させず, α 線源を移動させることによって, データを取る.
ここで, α 線源をささえるものとして ϕ3 のステンレスの寸切りを用いる.
α 線源の距離を寸切りの長さによって調節することになる. 今回の実験で用いた寸切りの長さは, 7.2mm, 12.2mm, 16.4mm, 21.6mm, 24.3mm, 31.5mm, 34.5mm である.
以下に実験手順について述べる.

1. Figure 3.25 の Setup を暗箱中に設置する.
2. 光電子増倍管の電圧を PMT1 2250V, PMT2 2450V に設定する.
3. PIN Photo Diode の電圧を $\pm$12V, 逆バイアスを 25.0V Post Amp を out に, Courcegain を 10, Fine Gain を 0 に設定する.
4. Threshold Level を-10mV に設定する.
5. LED 較正
6. Distance 7.2mm 空気, 10,000 イベント

7. Distance 7.2mm 真空, 10,000 イベント
8. Distance 7.2mm N_2, 10,000 イベント
9. Distance 12.2mm 空気, 10,000 イベント
10. Distance 12.2mm N_2, 10,000 イベント
11. Distance 16.4mm 空気, 10,000 イベント
12. Distance 16.4mm N_2, 10,000 イベント
13. Distance 21.6mm 空気, 10,000 イベント
14. Distance 21.6mm N_2, 10,000 イベント
15. Distance 24.3mm 空気, 10,000 イベント
16. Distance 24.3mm N_2, 10,000 イベント
17. Distance 31.5mm 空気, 10,000 イベント
18. Distance 31.5mm N_2, 10,000 イベント
19. Distance 34.5mm 空気, 10,000 イベント
20. Distance 34.5mm N_2, 10,000 イベント

3.7.3 Analysis

まず, 空気のデータを解析する. 最初に, LED の較正をする. 光電子増倍管の状態により, LED の電圧を変更している. 今回では, PMT 1 では 4.02V, PMT 2 では 3.97V に調節した.

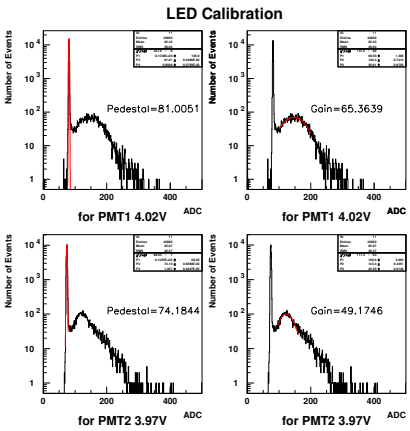


Figure 3.27: LED Calibration

次に, それぞれのヒストグラムを述べる. ここで, すべてのヒストグラムは Daq 時に 200 ADC カウント以下のデータはノイズのためカットした. さらに, それぞれのヒストグラムに附随しているカットは, PIN Photo Diode のピークの平均値から 2σ 分の領域 であり, かつ PMT2 の光電子増倍管の ADC カウントが, 100 以上の場合のヒストグラムである. これによって, カットされたヒストグラムは, α 線起因の N_2 シンチレーションと言うことができる. 比較のため, 真空での状態も示す. なお,2 行 2 列のカットのヒストグラムは, PMT1 と PMT2 の両方が 100ADC カウント以上の時の PIN Photo Diode のヒストグラムである.

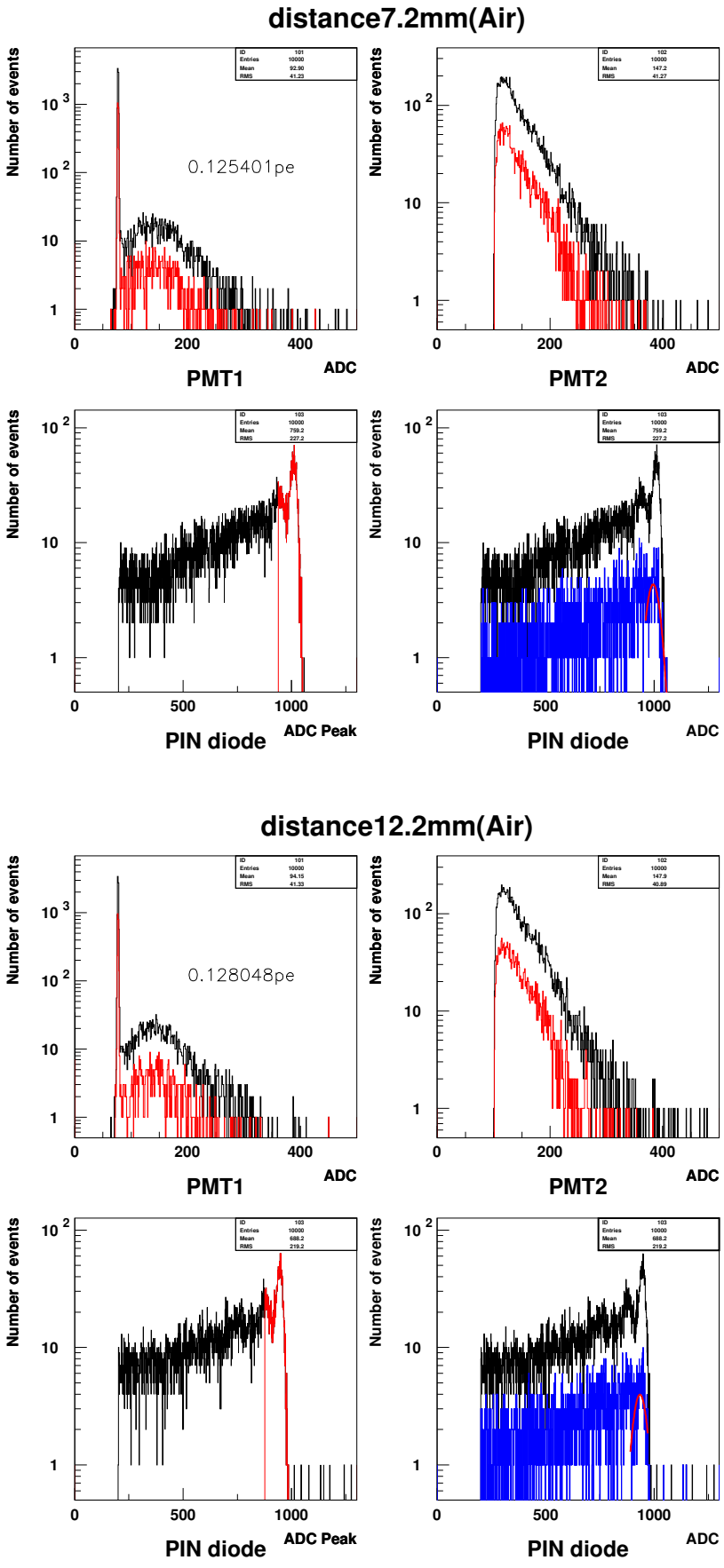


Figure 3.28: Distance 7.2mm and 12.2mm in Air

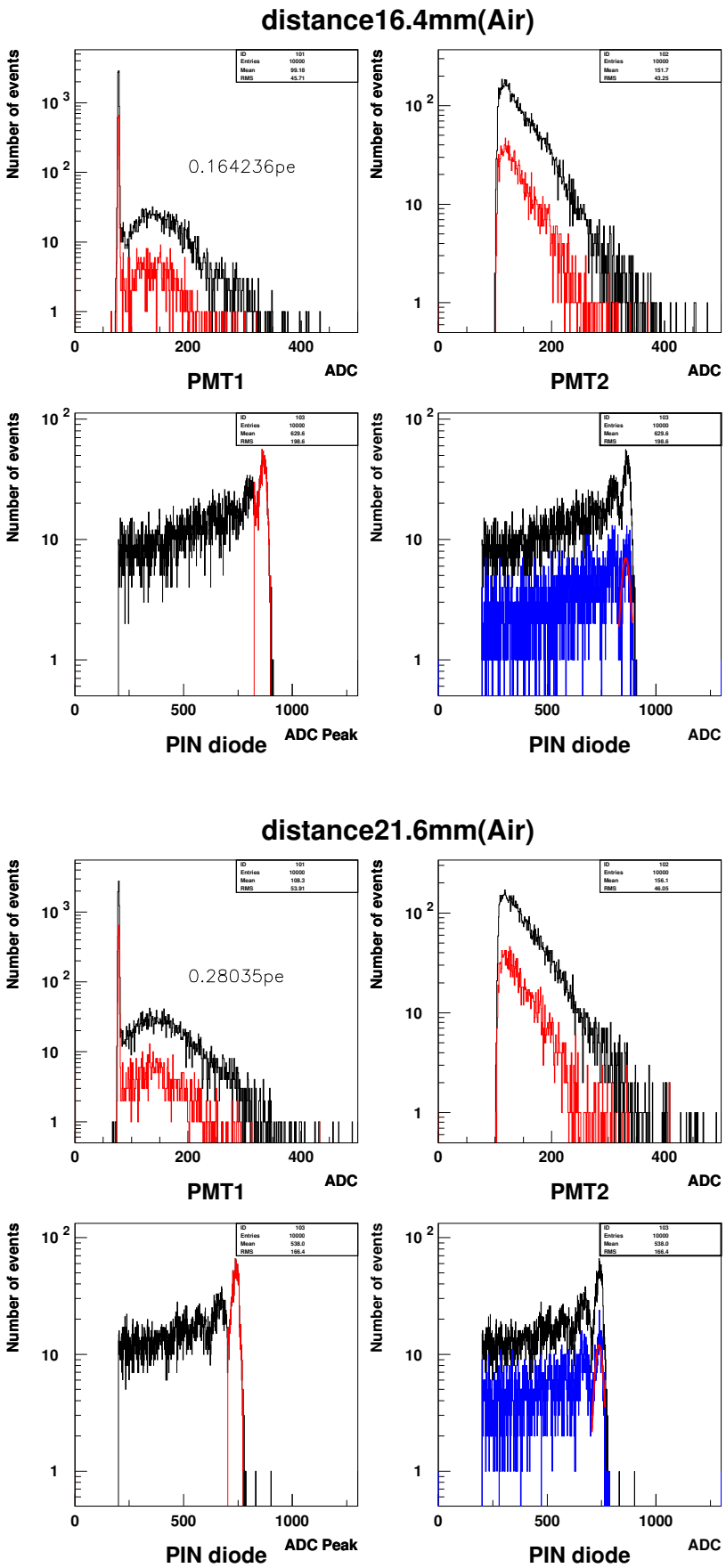


Figure 3.29: Distance 16.4mm and 21.6mm in Air

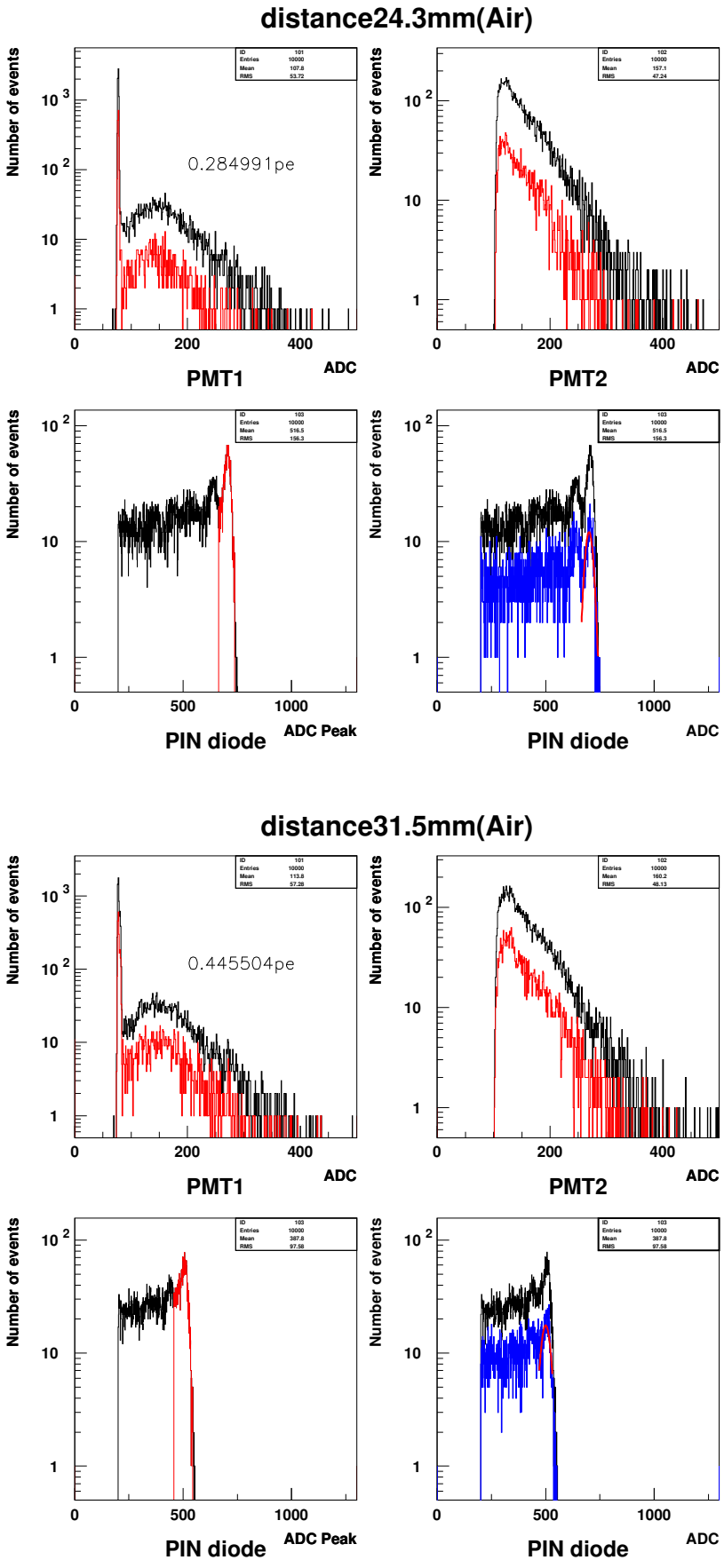


Figure 3.30: Distance 24.3mm and 31.5mm in Air

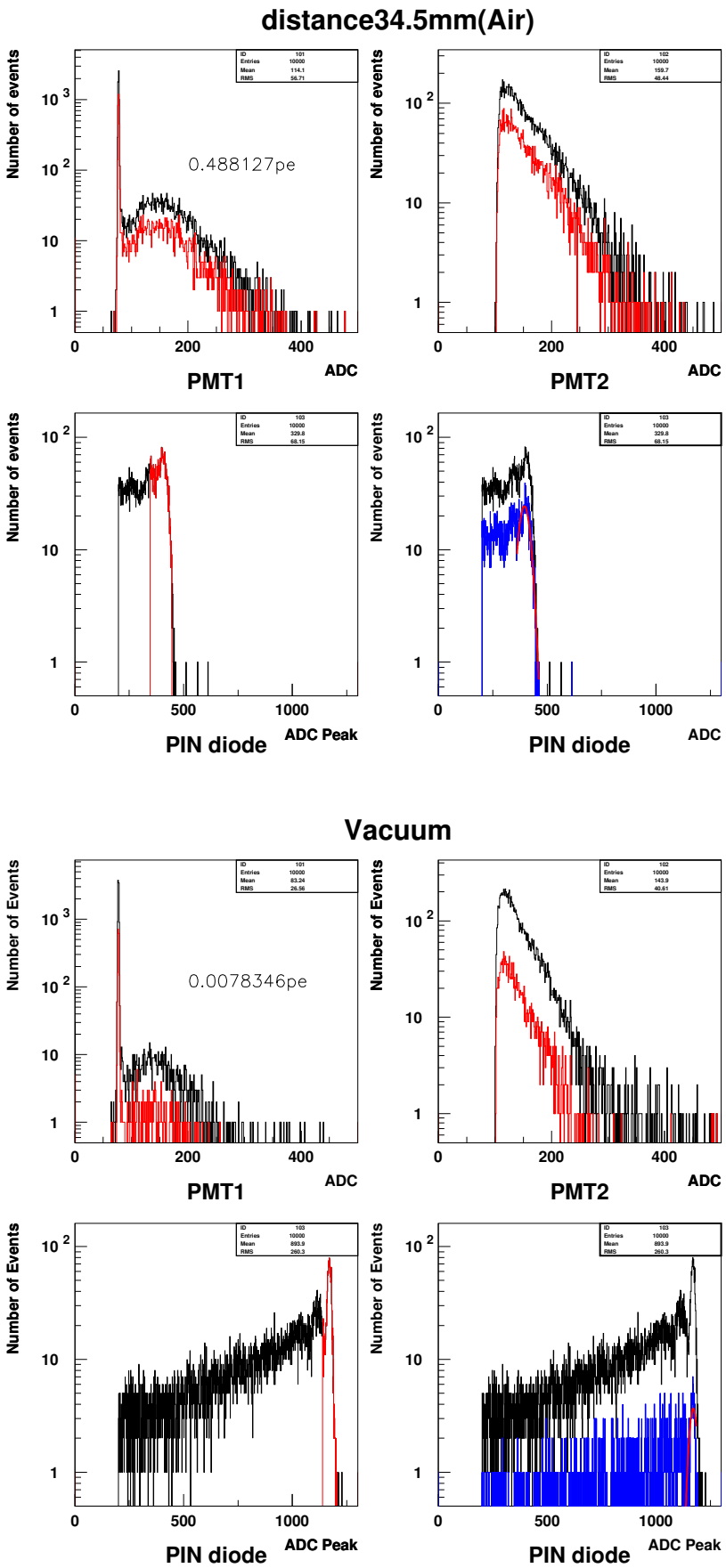


Figure 3.31: Distance 34.5mm in Air and Vacuum

ここで, 真空の状態を α 線の $kinetic$ Energy である 5.4 MeV と規格し, それぞれのデータの ADC カウントのピークの平均値を変換すると Figure 3.32 のような, エネルギー損失の図を得ることができる. この図より, α 線は 4cm 程度まで到達できることを示すことができる. さらに, Figure 3.33 から, 距離に対する photoelectron 数がわかる. ここで, Figure 3.25 のジオメトリでの立体角は以下のように示すことができる.

Table 3.6: Geometry Acceptance - Distance -

Distance from Source [mm]	Probability
7.2	0.018320
12.2	0.020377
16.4	0.020780
21.6	0.021212
24.3	0.021352
31.5	0.021128
34.5	0.020932

ここで, 得られた Photon 数の平均を求めると, Figure 3.35 のヒストグラムの平均値を求められる. 今回の実験では, 平均値として 28.21photon/MeV を得る.
さらに, 得られた平均値から α 線が放つ Photon 数を求める. まず, ここで得られた 1MeV あたりの Photon 数から α 線の $kinetic$Energy である 5.4 MeV をかけ, さらに O_2 による Quenching の影響は, 式 (2.34) より 5 倍程度なので, さらにそれをかけると, 平均 Photon 数を $p_{\mathrm{m(Air)}}$ とすると

$$p_{\mathrm{m(Air)}} = 761. \tag{3.12}$$

を得る. ここで, 5.4MeV での Photon 数は Table 2.2 より 求めると, 940 photon 程度であることがわかる. これより, 式 (3.11) を用いて, Photon 数を求めると, Figure 3.34 を得る.

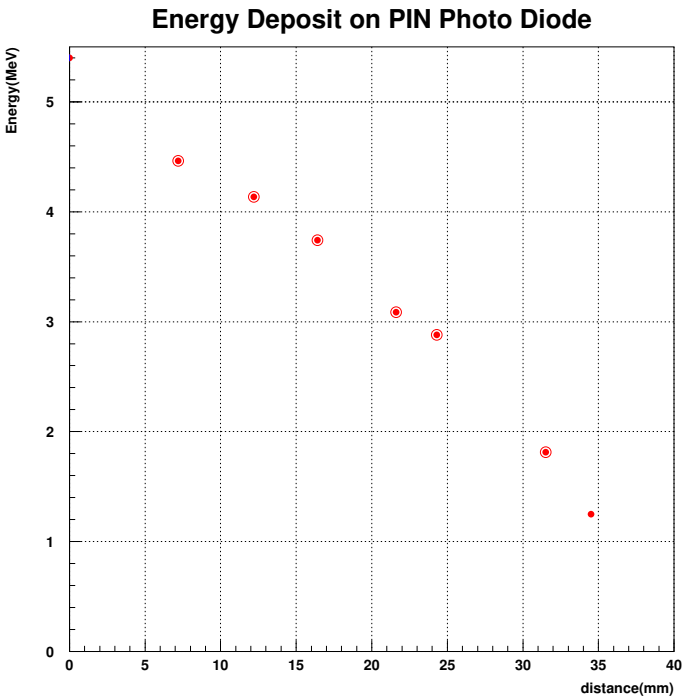


Figure 3.32: Energy Loss in Air

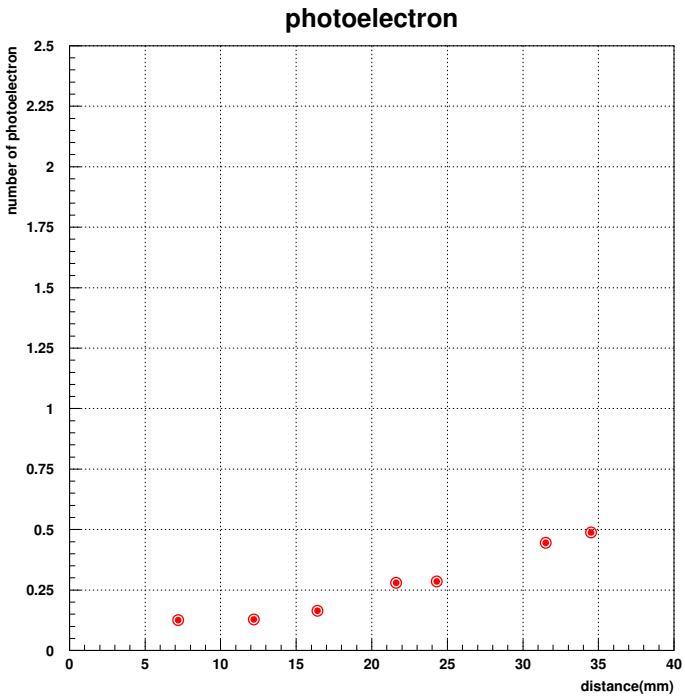


Figure 3.33: Photoelectron in Air

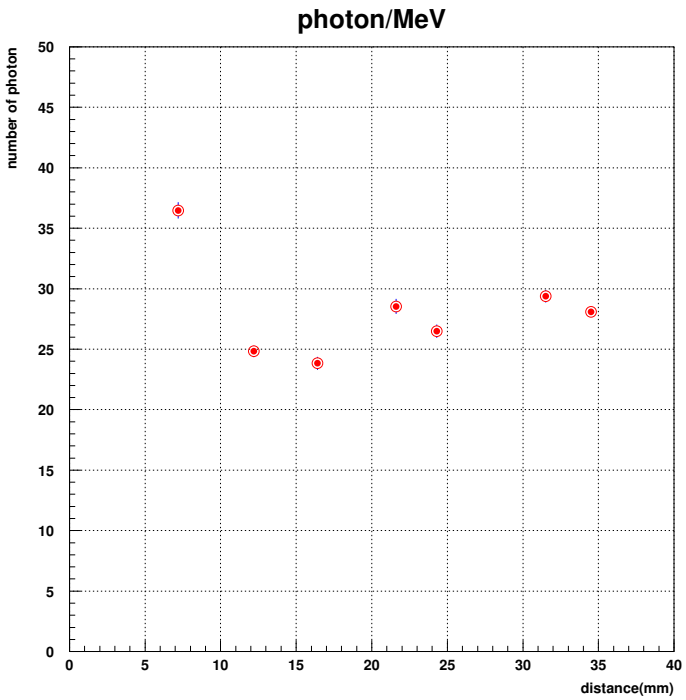


Figure 3.34: Photon in Air

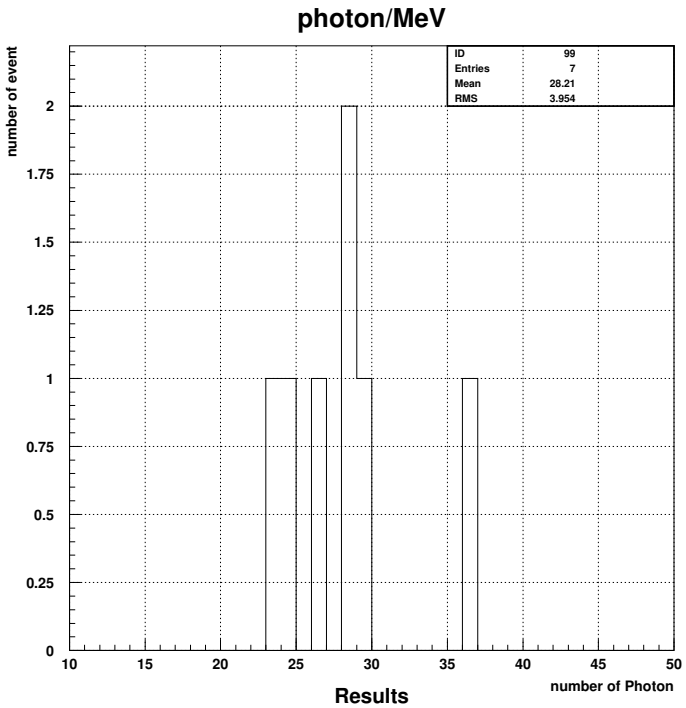


Figure 3.35: Mean Photon in Air

次に, N_2 でのデータを示す. 条件は空気の場合とすべて同じである. それぞれの距離で, 空気よりも光量があることがわかる. 特に, 2 行 2 列のカットされたヒストグラムは, PMT1 と PMT2 が両方とも 100ADC カウント以上光っている場合の PIN Photo Diode のヒストグラムなので, N_2 を入れた時のデータは空気中のそれよりも, よく光っていることがわかる.

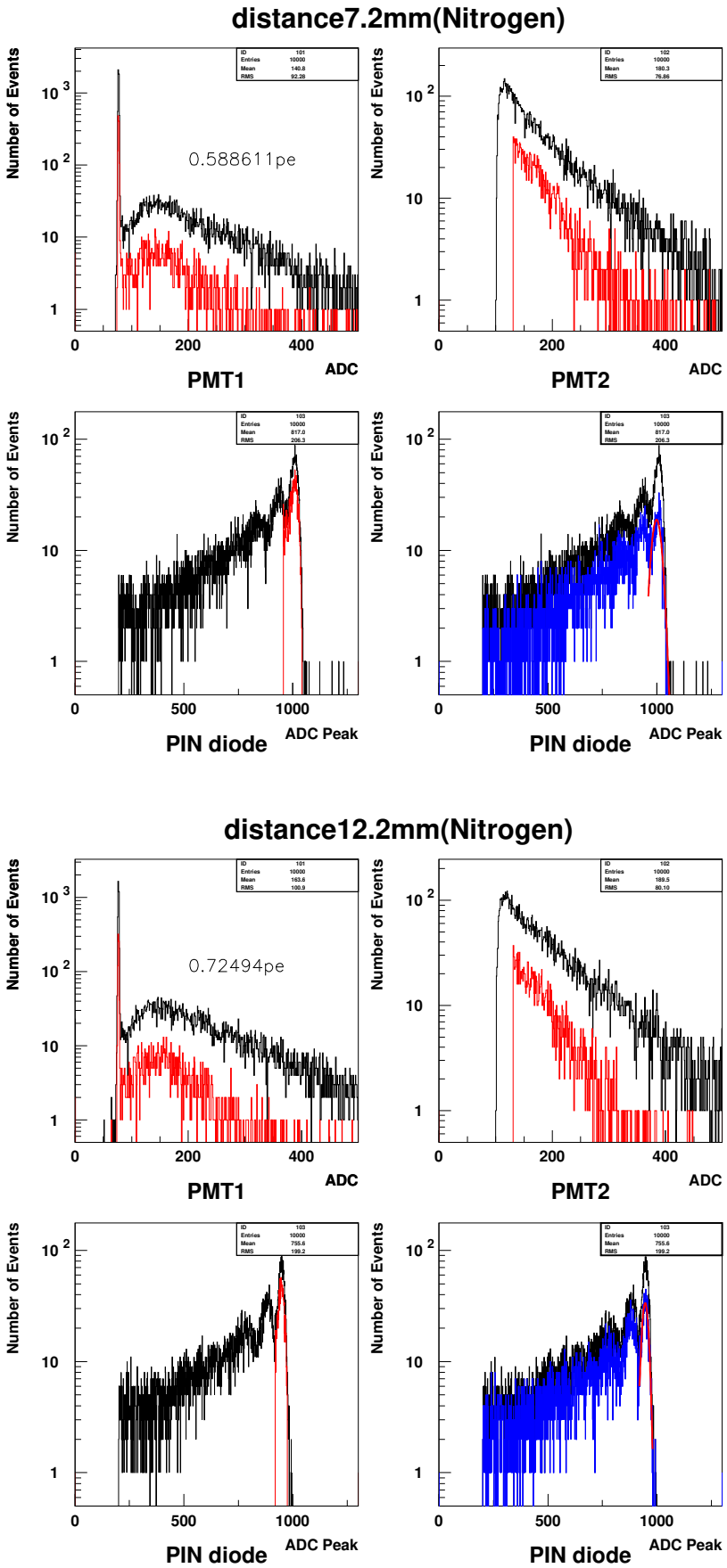


Figure 3.36: Distance 7.2mm and 12.2mm in N_2

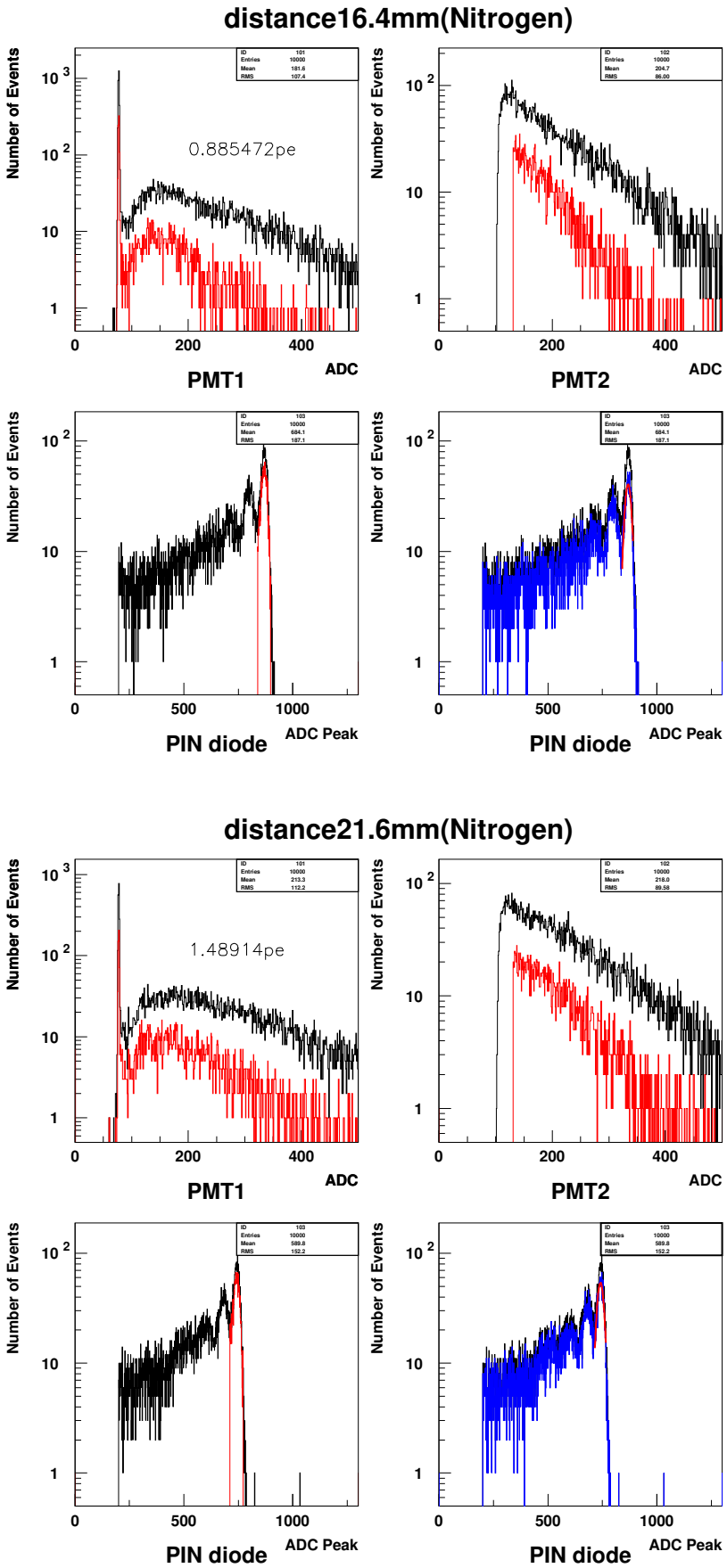


Figure 3.37: Distance 16.4mm and 21.6mm in N_2

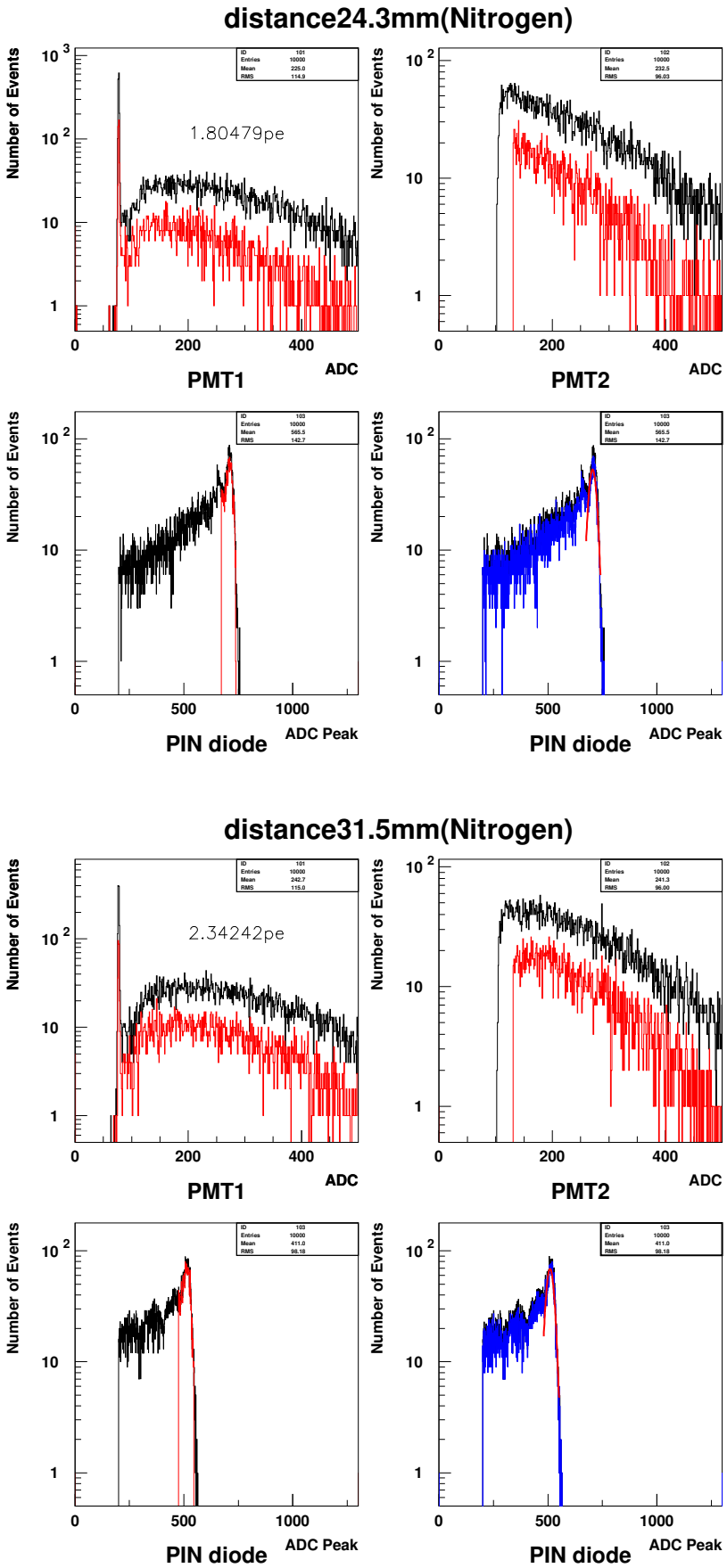


Figure 3.38: Distance 24.3mm and 31.5mm in N_2

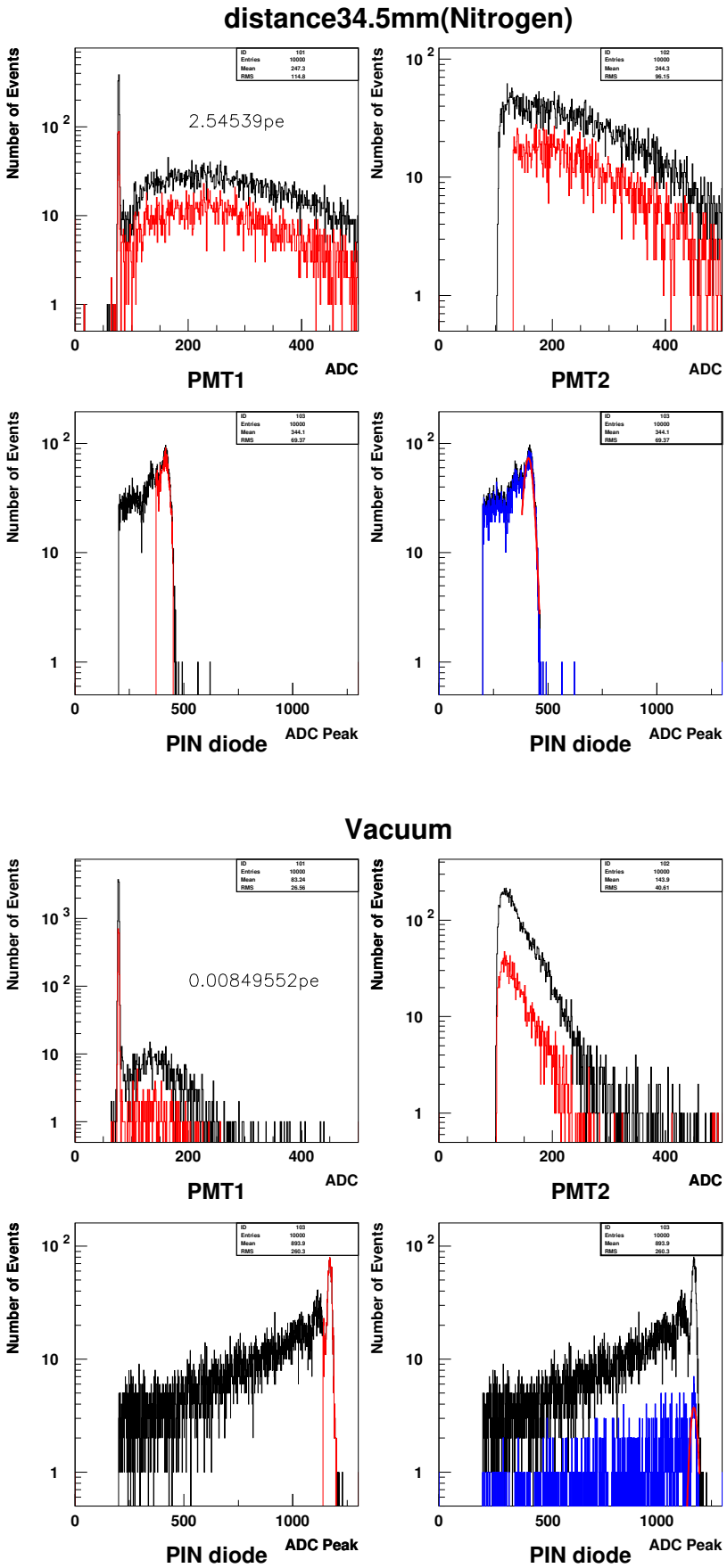


Figure 3.39: Distance 34.5mm in N_2 and Vacuum

ここで, 空気の場合と同様に, 真空の状態を α 線の $kinetic$Energy である 5.4MeV に規格化し, それぞれの ADC カウントのピークの平均値を変換すると, Figure 3.40 のような, エネルギー損失の図を得ることができる. 空気のデータと同様に, α 線は 4cm 程度まで到達できることを確認できる. また, Figure 3.41 より, photoelectron 数がわかる. ここで, 空気のデータである, Figure 3.33 と比較すると, Photoelectron 数は 5 倍程度 N_2 の状態が大きいことがわかる. これは, O_2 の Quenching の理論と合致する.
さらに, Photon 数の平均を求める. ジオメトリは空気の状態での実験と同じであるので, 立体角は変わらず, Table 3.6 を流用できる.
すると, Photon 数は, Figure 3.42 を得る. この Figure 3.42 から, Figure 3.43 のように平均 Photon 数を求めることができる.
今回の実験では平均 Photon 数は 154.8 Photon/MeV となる. したがって, 用いた α 線源の $kinetic$Energy は 5.4MeV であったので, 以下のように,

$$p_{m(N_2)} = 836. \tag{3.13}$$

Photon 程度ということができる.
以上より, 空気及び N_2 の平均 Photon 数を求めることができた.
ここで, 式 (2.33) で Quenching の定数は $K = 20$ としたが, 今回の実験で K の値を示すことができる. これより, 定数 K を求める. 5.4MeV の空気中での平均 Photon 数は, 式 (3.12) の $\frac{1}{5}$ で求められ, さらに, N_2 中での平均 Photon 数は, 式 (3.13) より与えられるので, それを式 (2.33) に代入して

$$\begin{aligned} 152.334 &= \frac{835.92}{1 + 0.2K}, \\ K &= 22.4. \end{aligned} \tag{3.14}$$

を得る.

3.7.4 Discussion

今回の実験で, 立体角を計算に入れることによって α 線の Photon 数を求めることができた.
また, N_2 と空気のシンチレーションの Quenching がほぼ $\frac{1}{5}$ であるので, Quenching の理論とほぼ合致することができた. さらに, Quenching の定数 K を実験データより求めることができた.

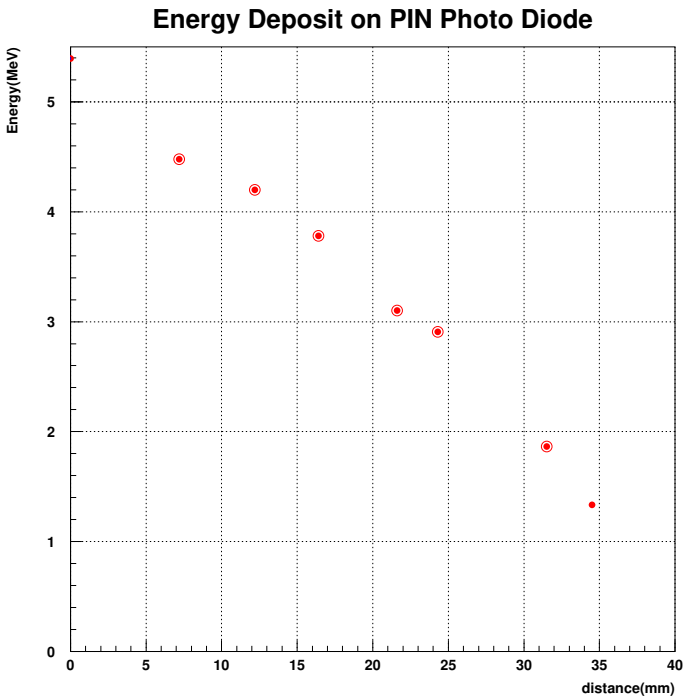


Figure 3.40: Energy Loss in N_2

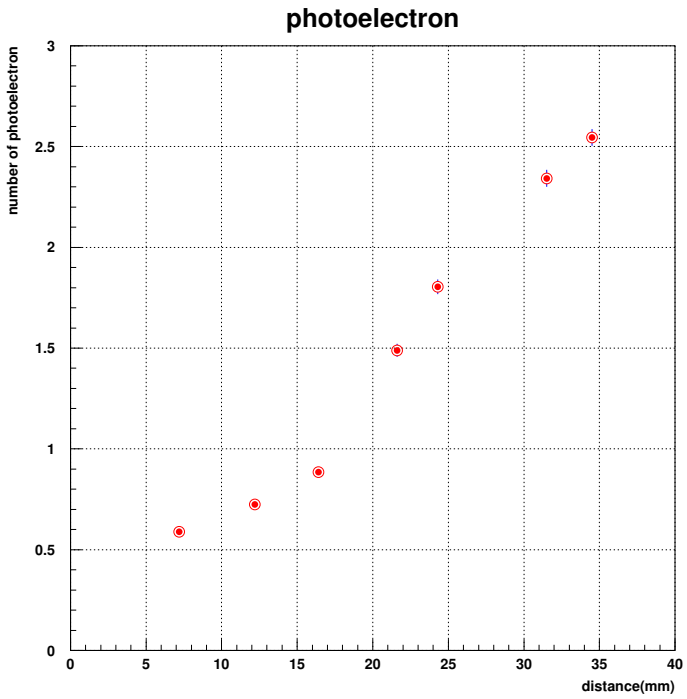


Figure 3.41: Photoelectron in N_2

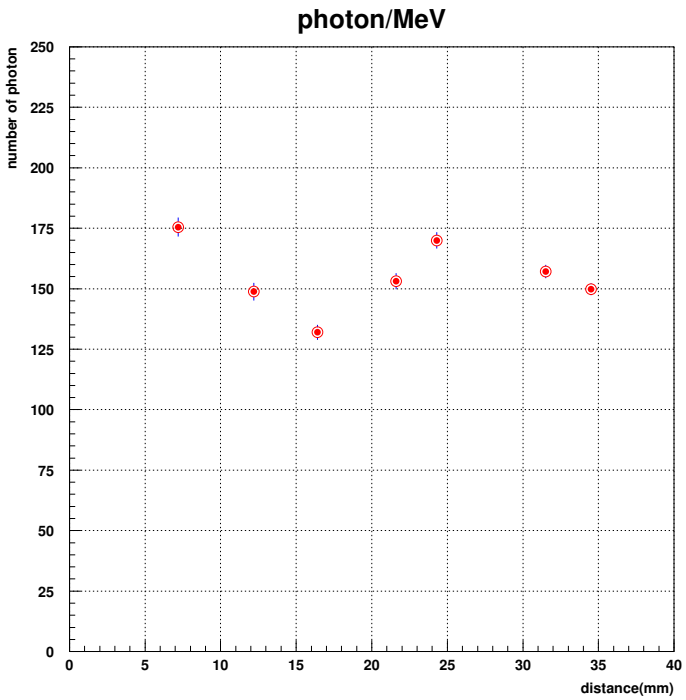


Figure 3.42: Photon in N_2

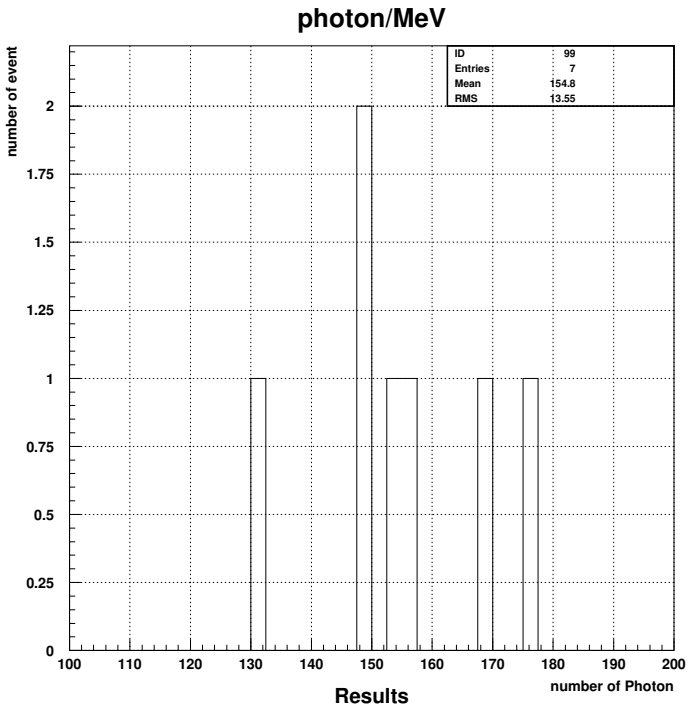


Figure 3.43: Mean Photon

Chapter 4

Conclusion

これまでの実験によって,

Appendix A

π^0 meson

A.1 The Method of Generate π Meson

π 中間子は, 核子[1]と核子の衝突でも衝突エネルギーが大きくなれば, 以下のように生成することができる.

$$\begin{aligned} p + p &\to p + n + \pi^+, \\ p + n &\to p + p + \pi^-. \end{aligned} \tag{A.1}$$

これは, 核子の周りにある π 中間子をたたき出して, 自由な π 中間子にするというように考えることができる. ここで, 2 つの粒子 (粒子 1, 粒子 2) が衝突して, $n-2$ 個の粒子を生成するとする. $n-2$ 個の粒子にも粒子 1, 粒子 2 のように番号をつけ質量を M_n とすると,

$$\begin{aligned} M_f &= \sum_{k=3}^{n} m_k, \\ n &> 3. \end{aligned} \tag{A.2}$$

と示すことができる. また, それらを生成するために必要な閾値を ϵ_1 とする. つまり

$$1 + 2 \to 3 + 4 + \cdots . \tag{A.3}$$

のような反応である. ただし, エネルギー運動量以外の保存則は満足しているものとする. ここで, 関係する粒子の運動量を p, 質量を m とすれば, 先程述べた閾値 ϵ と合わせて ϵ_i, p_i, m_i と表すことができる. また, システム全体の閾値, 運動量, 質量も同様に E_j,P_j,M_j と表す. ただし, $i = 1, 2, \cdots$ である. さらに重心系の量には $*$ を付けて表現し, Lorentz 変換に対して不変な量 $E^2 - P^2 = M^2$ を考える.
ここで, 重心系での反応を考えると, 運動量は 0 と考えられるため,

$$\begin{aligned} P^* &= 0, \\ E^{*^2} - P^{*^2} &= E^{*^2}. \end{aligned} \tag{A.4}$$

となる. また $p_3^* = p_4^* = \cdots = 0$ なので,

$$E_f^* = m_3 + m_4 + \cdots = M_f \tag{A.5}$$

である.

[1]陽子や中性子など

実験室系で考えると, 始状態では $p_2 = 0, \epsilon_2 = m_2$ なので, $\epsilon_1^2 - p_1^2 = m_1^2$ であることを考慮して,

$$\begin{aligned} E_i^2 - P_i^2 &= (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 - (p_1 + p_2)^2, \\ &= (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 - p_1^2, \\ &= (\epsilon_1 + m_2)^2 - p_1^2, \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2m_2\epsilon_1. \end{aligned} \tag{A.6}$$

を得る. 式 (A.6) は, $E_f^{*^2} - P_f^{*^2} = E_f^{*^2} = M_f^2$ に等しくなければならないので,

$$\begin{aligned} m_1^2 + m_2^2 + 2m_2\epsilon_1 &= M_f^2, \\ 2m_2\epsilon_1 &= M_f^2 - (m_1^2 + m_2^2), \\ \epsilon_1 &= \frac{1}{2m_2}\left[M_f^2 - (m_1^2 + m_2^2)\right]. \end{aligned} \tag{A.7}$$

となる.
ここで, 入射粒子の運動エネルギーを $t_1 = \epsilon_1 - m_1$ とすると,

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{2m_2}(M_f^2 - m_1^2 - m_2^2 - 2m_1m_2), \\ &= \frac{1}{2m_2}(M_f^2 - (m_1 + m_2)^2), \\ &= \frac{1}{2m_2}(M_f - M_i)(M_f + M_i). \end{aligned} \tag{A.8}$$

を得る. ただし, ここで i は, 粒子 1 と粒子 2 の質量を表す.
ここで得た結果に式 (A.1) の結果を適用してみると, 陽子質量 $m_p = 938.3[\mathrm{MeV/c^2}]$, 中性子質量 $m_n = 939.6[\mathrm{MeV/c^2}]$,$\pi$ 中間子質量 $m_{\pi^+} = 139.6[\mathrm{MeV/c^2}]$ として

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{2m_p}[(m_p + m_n + m_{\pi^+}) - m_p - m_p][(m_p + m_n + m_{\pi^+}) + m_p + m_p], \\ &= \frac{1}{2m_p}(m_n - m_p + m_{\pi^+})(3m_p + m_n + m_{\pi^+}), \\ &\simeq 290[\mathrm{MeV}]. \end{aligned} \tag{A.9}$$

を得る.[2]
従って, 上記の結果より陽子を 300[MeV] 以上に加速できるサイクロトロンがあれば, π 中間子を作ることができる. しかし実際には, 標的になる核子は原子核内で Fermi 運動をしているため, 正面衝突を起こした場合は, 衝突型加速器による有効エネルギーが増えるので, 約 180[MeV] 程度で π 中間子を生成することができる.

A.2 The Mass of π^0

π 中間子には, π^+, π^- の荷電 π 中間子と, π^0 の中性 π 中間子がある. ここでは, 中性である π^0 中間子について述べる. π^0 中間子は, 質量は,$\pi^\pm$ 中間子とほぼ等しい. しかし, π^0 中間子は, それ自体が反粒子であり崩壊も荷電 π 中間子とは違い別の系を持つ. π^0 中間子は, 電磁相互作用を受け,

$$\pi^0 \to \gamma\gamma. \tag{A.10}$$

[2] 上記では陽子などの質量と単位を一致させるため, $\mathrm{MeV/c^2}$ と書くのが正確であるが, こちらの方が理解しやすいため, 自然単位系で書いた. 今後の単位系は自然体系を優先する.

と崩壊する.
式 (A.10) から見てもわかるように, 崩壊生成物 γ も中性粒子であるので, 検出は困難である. また, π^0 中間子の寿命は $10^{-16}[\mathrm{sec}]$ と非常に短い.
π^0 の質量を求めるためには,

$$\pi^- + p \to n + \pi^0 \tag{A.11}$$

の崩壊モードを利用する. この反応は, π^- がほとんど静止した状態でも起こる. このような状態では, 重心系と実験室系が一致するため, 中性子, π^0 中間子の運動量は一定である.
中性子の質量は既知なので, π^0 中間子の運動量が分かれば, その質量を定めることができる.
式 (A.10) の崩壊で生成される γ 線のエネルギーは, π^0 中間子の質量を m_{π^0}, 速度を, $\beta_{\pi^0} = \dfrac{v_{\pi^0}}{c}$,$\pi^0$ の静止系から見た γ 線の進行方向に対する放出角度を θ とすると, $\gamma_{\pi^0} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta_{\pi^0}^2}}$ として,

$$E_\gamma = \frac{m\pi^0}{2}(1 + \beta_{\pi^0}\cos\theta)\gamma_{\pi^0}. \tag{A.12}$$

である.
ここで, γ 線の最大エネルギーは $\theta = \pi$ であり, 最小エネルギーは $\theta = 0$ であることがわかる. 従って, γ 線のエネルギー分布の幅は,

$$\begin{aligned} \Delta E_\gamma &= E_{\gamma_{max}} - E_{\gamma_{min}}, \\ &= m_{\pi^0}\beta_{\pi^0}\gamma_{\pi^0}, \\ &= p_{\pi^0}. \end{aligned} \tag{A.13}$$

を得る.
また, $\pi^0 n$ の重心系が実験室系と一致していたので, $\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_{\pi^0}$. π^0 中間子及び中性子の運動エネルギーを t_{π^0},t_n とすると, エネルギー保存の法則を考慮して,

$$m_{\pi^-} - m_{\pi^0} = m_n - m_p + t_n + t_{\pi^0}. \tag{A.14}$$

を得る.
また, t_{π^0} は p_{π^0} と π^0 中間子の質量 m_{π^0} で

$$t_{\pi^0} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p_{\pi^0}^2} - m_{\pi^0}. \tag{A.15}$$

と表すことができる. この式で m_{π^0} 以外は全て既知の量であるので,

$$m_{\pi^-} - m_{\pi^0} = 5.4 \pm 1\mathrm{MeV}. \tag{A.16}$$

を得る.[3]

A.3 π^0 Spin

π^0 中間子は, $10^{-16}[\mathrm{s}]$ のオーダで式 (A.10) に崩壊する. この崩壊で生成する γ 線はそれぞれ反対方向に進む. この方向を z 軸と定義する. 任意方向に進む光子は, ヘリシティと呼ばれる運動方向のスピン成分を

[3] 最近の実験では, 中性子の運動量から精密に求められて, $4.59366 \pm 0.00048\mathrm{MeV}$ である.

持ち, 右旋光である $h=+1$ と, 左旋光である $h=-1$ という 2 つの状態を持つので, 2 つの γ 線は, 正負符号は z 軸に対する γ 線の進行方向, RL は旋光の状態で, R は $h=+1$ を, L を $h=-1$ とすると,

$$R_+R_-, R_+L_-, L_+R_-, L_+L_-. \tag{A.17}$$

という 4 つの状態があり得る.
この 4 つの状態は, それぞれ角運動量の z 成分 J_z の値として,

$$R_+R_-=0, R_+L_-=+2, L_+R_-=-2, L_+L_-=0. \tag{A.18}$$

を取る.
ここで, π^0 中間子のスピンが $s_{\pi^0}=1$ と仮定すると, z 成分は $+1, 0, -1$ しかとることができない. すると 4 つの状態の中で, 可能な状態としては,$J_z=0$ である, R_+R_-, L_+L_- のみに限定される.
ここで, z 軸に対して垂直な軸の周りに π 回転させると, $R_+ \leftrightarrow R_+, L_+ \leftrightarrow L_-$ と変換されるので,

$$\begin{aligned} R_+R_- &\to R_-R_+ \to R_+R_-, \\ L_+L_- &\to L_-L_+ \to L_+L_-. \end{aligned} \tag{A.19}$$

となる. したがって, この変換に対しては, 対称であることがわかる.
しかし, スピン 1 の場合で, その z 成分が 0 の状態では $Y_1^0 \propto \cos\theta$ と表す. これは変換に対して, 符号を変える. つまり, $s_z=0$ の 2γ とは異なる変換性を持つ. このことは, スピン 1 の粒子は 2γ に崩壊できないことを意味する.
以上より, π^0 中間子はスピン 2 以上もつ可能性は否定できないが, 実験より π^0 は $\pi^\pm$ 中間子と同程度生成することが確かめられていて, 荷電不変性が成り立つので, π^0 中間子は, $\pi^\pm$ 中間子と同じスピン 0 を持つと考えられている.

A.4 π^0 Parity

ここでは, π^0 中間子のパリティについて述べる.
前節までにより, π^0 中間子は 2 つの γ に崩壊し, γ は R_+R_-, L_+L_- のいずれかの状態にあることを述べた.
ここで, スピンは空間反転でその符号を変えることはないので, 光子の状態では, $R_+ \to L_-$ のように変換する. したがって 2 つの光子系では

$$R_+R_- \leftrightarrow L_+L_-. \tag{A.20}$$

と変換する. このことを考慮すると, 空間反転に対する固有状態は

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2}}(R_+R_- + L_+L_-) \qquad (P=+1), \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(R_+R_- - L_+L_-) \qquad (P=-1). \end{aligned} \tag{A.21}$$

と作ることができる. 式 (A.21) の R と L を独立できるように変形すると,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\sqrt{2}}[(R_+ + L_+)(R_- + L_-) + (R_+ - L_+)(R_- - L_-)](P=+1), \\ &\frac{1}{2\sqrt{2}}[(R_+ + L_+)(R_- - L_-) + (R_+ - L_+)(R_- + L_-)](P=-1). \end{aligned} \tag{A.22}$$

と表すことができる. ここで $\frac{1}{\sqrt{2}}(R+L)$ は電場が x 方向を向いた直線偏光であり, $\frac{1}{\sqrt{2}i}(R-L)$ は y 方向を向いた直線偏光であるので,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(R+L) &= X, \\ \frac{1}{\sqrt{2}i}(R-L) &= Y. \end{aligned} \tag{A.23}$$

とすると, 式 (A.22) は,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2}}(X_+X_- - Y_+Y_-) \qquad (P=+1), \\ &\frac{i}{\sqrt{2}}(X_+Y_- + Y_+X_-) \qquad (P=-1). \end{aligned} \tag{A.24}$$

と変形できる.
これより, パリティが 1 の状態では,2 つの光子が同じ方向に偏光しており, パリティが -1 の状態では直角方向に偏向していることがわかる. したがって, 2 つの光子によって生成される 2 組の電子対が同一平面上にあれば, $P=+1$, 垂直にあれば, $P=-1$ である.

Appendix B

Semiconductor Radiation Detector

B.1 Introduction

半導体とは, 比抵抗が $10^{-3}\Omega\mathrm{cm}$ から $10^{20}\Omega\mathrm{cm}$ 程度の, 金属よりも電気伝導性が悪く[1], 磁器のような絶縁物よりも伝導性のよい物質[2]のことである. また半導体には, 真性半導体と不純物半導体がある. 真性半導体とは, 1 種類の元素からなる純物質であり, 不純物半導体とは, 真性半導体に不純物をドープしてつくられたものである. 真性半導体は 4 価の共有結合をしている物質であり, 0K では原子間の共有結合によって束縛されている. しかし, 常温では熱エネルギーによって価電子帯の電子は伝導体へと励起され, 結果として価電子帯に正孔ができる. この伝導体の電子と価電子帯の正孔は移動することができるので, これが電荷を運ぶことになる. これを charge carrier と呼ぶ.
この正孔の数である n_n 及び n_p は, 温度によって変わり, 以下の式で表すことができる. ここで, E_g はエネルギーバンドギャップを, k は Boltzmann 定数である. また A は温度に対して不変な定数である.

$$n_n = n_p = AT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}}. \tag{B.1}$$

ここで式 (B.1) のように, 真性半導体では伝導体の電子と価電子帯の正孔は熱エネルギーによって対生成されたものであるので, その数は同数である.
つまり, charge carrier は対生成し対消滅することになる. この charge carrier はやがて熱平衡状態となり, 安定する. ここで, 300K での Si の carrier の密度 n_i は $1.5\times10^{10}\mathrm{cm}^{-3}$ 程度である.
次に不純物半導体について述べる. 不純物半導体は, 真性半導体に不純物をドープすることによってできる. 例えば, Figure B.1 の左のように, 5 価の原子をドープしたとすると, 共有結合できない 1 価の電子が過剰にできる. この時禁止帯の中に, 過剰な電子が入る新しいエネルギーレベルが伝導体に極めて近いところにできあがる. したがって常温になると, 簡単にこの過剰な電子が伝導体へと励起されるので, 半導体の伝導性があがる. また, この過剰な電子は正孔を埋め, 正孔の密度を下げる働きがある. 一方, 3 価の原子をドープしたとすると, 電子は価電子帯をすべて埋めることができず過剰な正孔ができる. この 3 価の不純物は, 禁止帯の茄かに新しい不純物レベルを作りエネルギーバンドをかき乱すことになる.
価電子帯の電子は簡単に不純物レベルに励起され, あとに正孔をのこす. この過剰な正孔は, 自由電子を捕獲して, 自由電子の密度を減少させる.
ここで一般的に 5 価の不純物が入っている半導体を n 型半導体と呼び, Figure B.1 の右のように, 3 価の不純物が入っている半導体を p 型半導体と呼ぶ.
次に, 不純物半導体の charge carrier の密度について述べる.
半導体は電気的には中性なので, 正電荷の密度と, 負電荷の密度は等しくならなければならない. したがっ

[1] Cu(ρ)$\simeq 10^{-6}$
[2] $\rho \simeq 10^{8}$

て, n を電子の濃度, p を正孔の濃度, N_D をドナー濃度[3], N_A をアクセプタ濃度[4]とすると

$$N_D + p = N_A + n. \tag{B.2}$$

である必要がある.

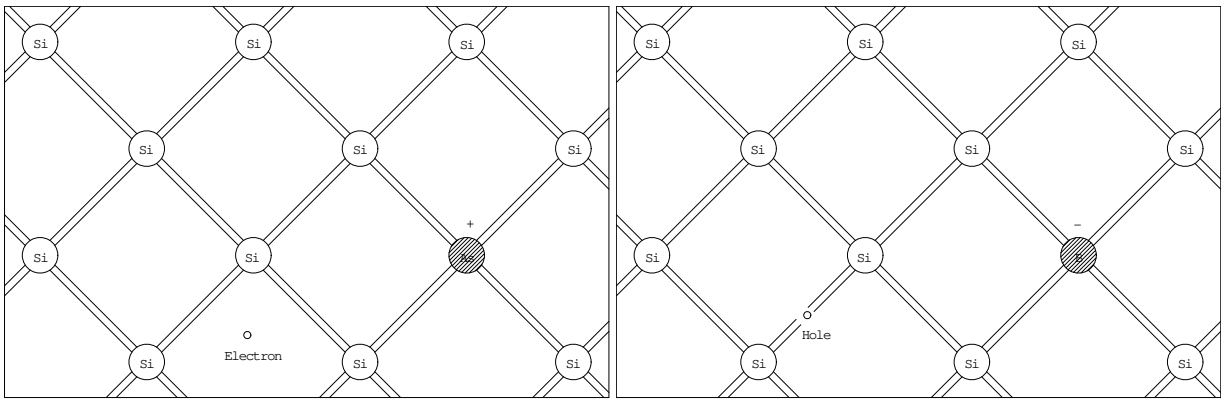


Figure B.1: n and p Semiconductor

B.2 pn Semiconductor and Deplation Zone

p 型半導体と n 型半導体を接合して作られる pn 接合は, その性質より電気工学的に整流ダイオードと呼ばれる. pn 接合を作るための一つとして, 拡散法について述べる. 拡散法とは, n 型の半導体の表面に, 最終的に p 型半導体になるまで十分に p 型不純物を熱拡散させることによってつくる.
このようにして作られた pn 接合は, その接合面に特別な領域をつくる. まず, 2 つの物質中に存在する charge carrier としての電子や正孔が濃度差により, 濃度拡散が起こる. したがって, 拡散してきた電子は p 型領域の正孔を埋め, 拡散してきた正孔は n 型領域の電子に捕えられる. n 型領域も, p 型領域も最初は電気的に中性であったので, 電子と正孔の再結合は接合の両側に空間電荷を生成する. これによって p 型領域は過剰な電子を受け負に, また n 型領域は過剰な正孔を受け正に帯電する. 結果として, 接合面をまたいで電位勾配が作られ濃度拡散は収束する.
ここで, ポテンシャルの変型した領域を空乏層とよび, charge carrier を持たないことを意味する. この空乏層に入射した放射線は, 電子 · 正孔対を生成し, 作られた電子及び, 正孔は電場によって外に掃きだされる. ここで, 両端に電極を付けていれば, 生成された電子や正孔に比例した電流を検出することができる.
次に, この空乏層の厚さについて述べる.
一般に, 空乏層の厚さは n 型や p 型の不純物濃度によって決まる. ここで, もし領域内の電荷分布密度 $\rho(x)$ が既知とすると, その厚さを, Poisson 方程式を用いて

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon}. \tag{B.3}$$

で表すことができる. ただし ϵ は誘電率である. Figure B.2 に, 空乏層の厚さに対する図を示す.
ここで, FigureB.2 の x_n は n 領域への空乏層の広がり, x_p を p 領域への空乏層の広がり, q を電子の電荷, N_D 及び N_A をドナーとアクセプタの不純物の濃度とすると,

$$\rho(x) = \begin{cases} qN_D & (0 < x < x_n) \\ -qN_A & (-x_p < x < 0) \end{cases}. \tag{B.4}$$

[3] 5 価の不純物の濃度
[4] 3 価の不純物の濃度

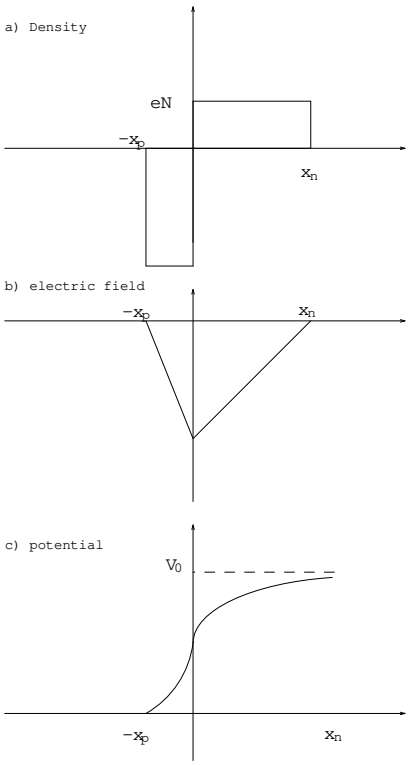


Figure B.2: Electric Charge Distribution Density

と表すことができる.
ここで, 全電荷量は保存されるので,

$$N_A x_p = N_D x_n. \tag{B.5}$$

の関係を満たさなければならない.
さらに, 接合点を 0 とすると n 及び p 側の電場は

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{eN_n}{\epsilon}(x + x_n), \\ E_p &= -\frac{eN_n}{\epsilon}(-x + x_p). \end{aligned} \tag{B.6}$$

より, 電位を求めるためにこれを積分し,

$$\begin{aligned} V_n &= \int E_n dx = -\frac{-eN_n}{2\epsilon}x_n^2, \\ V_p &= \int E_p dx = -\frac{-eN_n}{2\epsilon}x_p^2, \end{aligned} \tag{B.7}$$

以上の条件より, 空乏層の厚さを求めると,

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{qN_D(\frac{1+N_D}{N_A})}}, x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{qN_A(\frac{1+N_A}{N_D})}}. \tag{B.8}$$

となる. また, $V_0 = V_n + V_p$, $L = x_n + x_p$ とすると,

$$L = \sqrt{\frac{2\epsilon V}{q}}\sqrt{N_n + \frac{N_p}{N_n N_p}}. \tag{B.9}$$

と示すことができる.
ここで, 一般には一方の不純物濃度ともう一方の不純物濃度とは大きく差がある. 例えば, $N_A \gg N_D$ の場合 $x_n \gg x_p$ であり, 空乏層はほとんど n 領域へと広がることになる. その時, 空乏層の厚さは近似的に

$$d \simeq x_n \simeq \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{qN_D}}. \tag{B.10}$$

と表すことができる. ここで, 比抵抗 ρ を用いて表すと,

$$d \simeq \sqrt{2\epsilon \rho_n \mu_e V_0} \tag{B.11}$$

となる. ただし ρ_n は n 領域の比抵抗である. ドナー領域のそれも, $\rho_n \mu_e$ を $\rho_p \mu_h$ に置き換えて求めることができる.
次に, 静電容量を求める. 静電容量は, 式 (B.9) から求めることができて, その断面積を S として

$$C = \frac{\epsilon S}{L} = \sqrt{\frac{q\epsilon}{2V}} \sqrt{\frac{N_n N_p}{N_n} + N_p}. \tag{B.12}$$

と示すことができる.

B.3 Reversed Bias Junctions

ここでは, 逆バイアス接合について簡単に述べる. 先に述べた, 接触ポテンシャルによってできあがった空乏層の厚さは十分ではないため, 電荷収集の効率は良くない. また, 電気容量も大きく, 出力信号のノイズを増加させてしまう. この問題の解決のために, 逆バイアスをかける必要がある. これは, 正孔を p 側の電極へ, 電子を n 側の電極へ引き寄せる働きがあり, 効率のよい電荷収集特性を与える.
しかし, 与えることのできる電圧は抵抗によって制限を受け, ブレイクダウンをおこし, 伝導を始めてしまう. ここで, 逆バイアスを与えた時の空乏層の厚さは, 式 (B.11) の V_0 を $V_0 + V_B$ に置き換えればよい. ここで, この V_B が逆バイアス電圧である. ここで, 一般には $V_B \gg V_0$ なので, 式 (B.11) の V_0 を V_B に置き換えるだけで良い.
また, 空乏層の厚さについて, 電子と正孔の易動度に差があるので, 同じ大きさのバイアスに対して, p 型よりも n 型の方が, より大きな空乏層を得られる.

B.4 Dark Current

真性半導体は, 逆バイアスに対して絶縁体として働くが, 一般には結晶中の欠陥やドープ物質以外の不純物によりできる禁制帯中の中間準位などがキャリアの生成の中心となって暗電流が生じる. 暗電流がおこる原因として, 他に少数キャリアの存在や結晶表面の SiO_2 薄膜などによる結晶構造の乱れがある. 少数キャリアの影響や不純物準位による影響は少なく, 主に表面構造による欠陥やバルク欠陥などに起因するものの影響が大きい. また, 暗電流は温度に依存し単純な計算によれば,

$$I_{leak} = Sl\frac{en_i}{\tau} n_i \propto T^{\frac{3}{2}} \epsilon^{-\frac{E_g}{2kT}}. \tag{B.13}$$

と示すことができる. ここで, E_g はエネルギーバンドギャップである. したがって, 常温では, 7.5 度冷却すれば, 暗電流を半分にすることができる.

Appendix C

KOPIO

C.1 The Parameter of KOBAYASHI MASKAWA Matrix

ここでは, カビボ · 小林 · 益川行列のパラメタについて述べる. カビボ · 小林 · 益川行列は式 (1.15, 1.16) のように表されるが, この式の特徴は, $\theta_2 = \theta_3 \to 0$ のとき, 第 3 世代が分離できて $\theta_c = \theta_1$ になること, $\cos, \sin$ の成分を正にできることである. つまり, オイラーの公式などを考慮に入れると,

$$0 \leq \theta_i \leq \frac{pi}{2}, 0 \leq \delta \leq 2\pi. \tag{C.1}$$

とできる.
ここで, $\cos\theta_2 - 1 < 10^{-5}$ であることがわかっているので

$$\sin\theta_1 = \lambda, \sin\theta_3 = A\lambda^2, \sin\theta_2 e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta). \tag{C.2}$$

$$\rho = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1 \sin\theta_3}\cos\delta, \eta = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1 \sin\theta_3}\sin\delta. \tag{C.3}$$

とすると, それぞれの成分は以下のように示すことができる.

$$V_{ud} = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6). \tag{C.4}$$

$$V_{us} = \lambda + \mathcal{O}(\lambda^7), V_{ub} = A\lambda^3(\rho - i\eta). \tag{C.5}$$

$$V_{cd} = -\lambda + \frac{1}{2}A^2\lambda^5[1 - 2(\rho + i\eta)] + \mathcal{O}(\lambda^7). \tag{C.6}$$

$$V_{cs} = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4(1 + 4A^2) + \mathcal{O}(\lambda^6). \tag{C.7}$$

$$V_{cd} = A\lambda^2 + \mathcal{O}(\lambda^8), V_{tb} = 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6). \tag{C.8}$$

$$V_{td} = A\lambda^3\left[1 - (\rho + i\eta)(1 - \frac{1}{2}\lambda^2)\right] + \mathcal{O}(\lambda^7). \tag{C.9}$$

$$V_{ts} = -A\lambda^2 + \frac{1}{2}A(1 - 2\rho)\lambda^4 - i\eta A\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6). \tag{C.10}$$

ここで, $\mathcal{O}$ は, λ の高次の項であり, 十分に小さい. さらに λ^4 よりも高次の項をキャンセルすると, 式 (1.17) を得る.
このパラメタの実験値を入れると,

$$\lambda = 0.2205 \pm 0.0018, A = 0.80 \pm 0.04, \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0.36 \pm 0.09. \tag{C.11}$$

となる.

C.2 Numerical Evaluation of the elements on Cabibbo-KOBAYASHI-MASKAWA Matrix

ここでは, カビボ · 小林 · 益川行列のそれぞれのパラメタの数値的な値について述べる. CP 非保存は, 標準理論ではカビボ · 小林 · 益川行列の虚数部分に入るように調整されている. ここで, CP 非保存が, たとえ標準理論を越える理論であっても, 近似関係にあるという仮定で求めている.
以下にそれぞれの要素の値を述べる.
$|V_{ud}|$
$|V_{ud}|$ は, 原子核の β 崩壊から求められる. 値は, $|V_{ud}| = 0.9470 \pm 0.0010$ である.
$|V_{us}|$

Appendix D

Bethe Bloch Formula Simulator

ここでは, シミュレーションに用いた Bethe Bloch の式を計算し, その到達距離を求めるプログラムのソースコードを記載する.
このプログラムは, 式 (2.11) で述べた Bethe-Bloch の式を必要な情報を入力するだけで, 入射粒子のエネルギー損失を見積もることができる. また, エネルギー損失の他に入射粒子がすべての運動エネルギーを失うまでの到達距離を概算する機能がある.
ここで, 到達距離の概算は, プログラムを実行して得られたエネルギー損失を 0.1mm の精度で求め, 運動エネルギーから引いた後に, 再帰的に β をトリガに, 閾値以下になるまで繰り返すことによって求めている.
しかし, Bethe-Bloch の式の適用範囲は $0.05 \leq \beta$ であり, それ以外の条件では適用範囲外となる[1]. そこで, 初期エネルギーを接点として, エネルギー損失の接線を引き $\beta = 0$ となる地点をも参考にデータを出すようにしている. また, プログラム言語として, C_{++} を用いた. 使用例を示す. プログラム名は bethebloch2 とする. コンパイル後, 端末から以下のように入力する. ここで, ./ については, カレントディレクトリにパスを切っていれば, 入力する必要はない.

```
$./bethebloch2 [入射粒子の運動エネルギー] [入射粒子の質量] [物質の原子
番号] [物質の原子量 ] [入射粒子の電荷] [物質の密度] [補正項]
```

ここで単位に関しては, このプログラムは keV, MeV, GeV, TeV, 及び mg, kg を知っている. したがって, 例えば 5.4MeV の α 線を大気圧の窒素の中に走らせたとすると,

```
$./bethebloch2 5.4MeV 4GeV 14 28 2 1.25mg N2
```

と入力すればよい. ただし, 今回の場合では, 特別に以下の入力にも対応している.

```
$./bethebloch2 alpha alpha N2 N2 alpha N2 N2
```

ここで, alpha は, a でもよいし, 窒素を酸素にしたければ O2 と入力すればよい. ここで, 元素名を入力した場合, より精密なデータが分かっていれば計算せず, それを採用するようにしているので, より精度が高いデータを出せる. このままだと情報は何もでてこないが[2]、コメントアウトを外すことで, 自由に必要な情報を得ることができる. さらに, それぞれの端末からの引数を完全に独立させているため, 新しい元素などの追加が極めて容易なシステムである. ソースコードを以下に示す[3].

[1] $\beta \leq< 0.01$ では Lindhard が, $0.01 < \beta < 0.05$ での理論は存在しないが, Ziglar が実験的データで fitting している. ちなみに GEANT4 はこれらの全てを知っていて計算できる

[2] 出力データの解析を初期状態からしやすくするためである

[3] 改変, 最頒布 は自由である. 特に, 入射粒子のエネルギーをモーメンタムに変換したい場合などは, 既に内部的にモーメンタムを求めているので, 簡単にできると思う